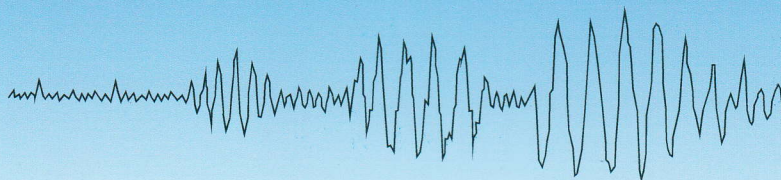
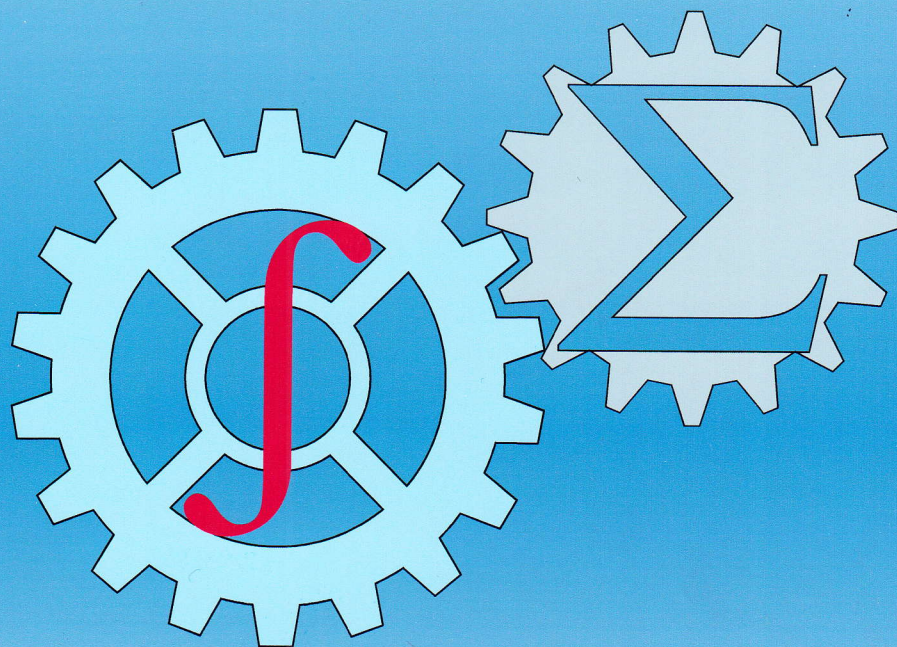


МЕХАНИКА МУАММОЛАРИ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ PROBLEMS OF MECHANICS



2022

Volume 31

No: 3

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

МЕХАНИКА
МУАММОЛАРИ

O‘ZBEKISTON
JURNALI

3
2022

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2022

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – докт. физ.-мат. наук, проф. К.С. СУЛТАНОВ
Заместитель главного редактора – докт. физ.-мат. наук Р.А. АБИРОВ
Ответственный секретарь – PhD Н.А. НИШОНОВ

Абдусаттаров А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Мирсаидов М. д.т.н., проф., акад. АН РУз (Ташкент)
Абдикаримов Р.А. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Мухаммадиев Д.М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Азимов Д. д.т.н., проф. (США)	Панахов Г.М. д.т.н., проф., член.-корр. НАНА (Баку)
Алдошин Н.В. д.т.н., проф. (Москва)	Паровик Р. д.ф.-м.н. (Петропавловск-Камчатский)
Алимухамедов Ш.П. д.т.н., проф. (Ташкент)	Ризаев А.А. д.т.н., проф. (Ташкент)
Ахмедов А.Б. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Сагдиев Х.С. к.т.н. (Ташкент)
Бахадиров Г.А. д.т.н., проф. (Ташкент)	Сирождидинов З. д.т.н., проф. (Самарканд)
Быковцев А.С. д.ф.-м.н., проф. (США)	Тохиров Ш.М. к.ф.-м.н. (США)
Ватин Н.И. д.т.н., проф. (Санкт-Петербург)	Тухтакузиев А.Т. д.т.н., проф. (Ташкент)
Дусматов О.М. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)	Худайкулиев Р.Р. к.т.н. (Ташкент)
Зубарев А.Ю. д.ф.-м.н., проф. (Екатеринбург)	Хужаев И.К. д.т.н., проф. (Ташкент)
Исмоилова С.И. д.т.н., проф. (Ташкент)	Хужаёров Б.Х. д.ф.-м.н., проф. (Самарканд)
Казанцев С.П. д.т.н., проф. (Москва)	Хусанов Б.Э. д.т.н. (Ташкент)
Кузнецов С.В. д.ф.-м.н., проф. (Москва)	Шардаков И.Н. д.ф.-м.н., проф. (Пермь)
Маликов З.М. д.т.н., проф. (Ташкент)	Эргашов М. д.т.н., проф. (Ташкент)
Мамасаидов М.Т. д.т.н., проф., акад. НАН КР (Ош)	Ювмитов А.С. PhD (Ташкент)
Мардонов Б.М. д.ф.-м.н., проф. (Ташкент)	Юлдашев Ш.С. д.т.н., проф. (Наманган)
Матвеев В.П. д.т.н., проф., акад. РАН (Пермь)	

Адрес редакции:

100125, Ташкент, Академгородок, Дурмон йули, 33.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Телефон: + 99871 262-78-34

Факс: +99871 262-71-52

E-mail: instmechofficial@gmail.com

Журнал зарегистрирован Агентством по печати и информации Республики Узбекистан 22.12.2006 г.
Регистрационный номер 0050.

Номер одобрен на заседании редакционной коллегии журнала 22.09.2022
Сдано в набор 03.08.2022. Подписано в печать 26.09.2022.
Формат 60×84 ¹/₈. Гарнитура Times New Roman. Ризография.
Усл.-печ. л. 15.34. Уч.-изд. л. 10.31. Тираж 130. Заказ № 683.
Цена договорная.

Отпечатано в Минитипографии АН РУз:
100047, г. Ташкент, ул. акад. Я. Гулямова, 70.

© Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, 2022 г.

ДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПОДЗЕМНЫЙ ТРУБОПРОВОД**Исраилов М.Ш.***Комплексный НИИ РАН, Грозный, Россия**E-mail: israiler@hotmail.com*

Аннотация: *Исследованы стационарные и нестационарные движения трубопровода и грунта, вызванные наклонным падением плоской сейсмической волны. Показано, что наклонная волна может быть представлена в виде нескольких продольных и поперечных волн, распространяющихся вдоль трубопровода со скоростями большими, чем скорость падающей волны. Дана постановка связанной задачи о совместных продольных колебаниях упругого грунта и трубопровода. Установлено, что полученное аналитическое решение внешней задачи для грунта приводит к теоретическому выражению для силы взаимодействия между трубопроводом и грунтом, относительно которой ранее предлагались эмпирические соотношения. Обосновано, что решения для трубопровода в сверхзвуковом и дозвуковом режимах демонстрируют существенно различный характер их поведения, что должно быть учтено в расчетах на сейсмостойкость. Исправлены существенные неточности, допущенные в постановке и решении подобных задач по "модели взаимодействия", учитывающей эффект влияния грунта на трубопровод через опытно определяемые функции.*

Ключевые слова: *сейсмические волны; подземный трубопровод; связанные колебания.*

Введение. Впервые задача о действии продольной сейсмической волны на бесконечно протяженный трубопровод рассмотрена А. Сакураи и Т. Такахашаи [1]. Считается, что волна распространяется вдоль трубопровода и является стационарной по времени (синусоидальной). Тогда амплитуды ускорений и деформаций в трубопроводе находятся из простых алгебраических уравнений в предположении, что действие грунта заменяется силой, пропорциональной разности между перемещениями в волне и трубопроводе в одном и том же сечении, перпендикулярном оси трубопровода. Эти амплитуды (при различных значениях коэффициента взаимодействия в указанной пропорциональной зависимости) не превышают амплитуд соответствующих величин, определяемых из простейшей инженерной теории "жесткого защемления" трубопровода в грунте, согласно которой перемещения, а значит, и деформации трубопровода совпадают с перемещениями и деформациями грунта в сейсмической волне [2 – 4].

В дальнейшем А.А. Ильющин и Т.Р. Рашидов [5, 6] рассмотрели нестационарный режим распространения волн вдоль бесконечного трубопровода, когда нестационарное динамическое состояние трубопровода (перемещения, деформации и напряжения) в разные моменты времени на равном расстоянии от фронта волны одинаково. Иными словами, названные характеристики являются функциями расстояния до фронта волны. В этом случае задача – автомодельная и волновое уравнение нестационарных продольных колебаний трубопровода приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, что позволяет получить аналитическое решение задачи. Основным результатом работы состоит в том, что в ней впервые вводится в рассмотрение названный "сверхзвуковым" режим распространения сейсмической волны вдоль трубопровода, когда ее скорость больше скорости распространения продольных возмущений в трубопроводе. Появление сверхзвукового режима объясняется наличием демпфирующих стыков, соединяющих сегменты трубопровода и гасящих скорость волн в трубопроводе. Из результатов настоящего исследования следует, что такой режим может возникнуть и в более простой ситуации падения наклонной волны на однородный трубопровод.

Следует отметить, что в постановках задач в [1] и [5, 6] не конкретизируется, заглублен ли трубопровод на некоторую глубину в полупространстве, занятом грунтом, или же он расположен в неограниченной упругой среде (грунте); второй случай рассматривается для упрощения задачи, когда глубина залегания трубопровода значительно превышает его диаметр. Эта конкретизация зависит от физических соображений или опытных данных, исходя из которых определяется коэффициент в линейной зависимости между силой взаимодействия грунта и трубопровода и относительным смещением трубопровода, принятой в этих работах при выводе дифференциального уравнения движения трубопровода. Указанное обстоятельство, связанное с тем, что грунт отбрасывается и его действие на трубопровод заменится силой взаимодействия, является основным допущением подхода к постановке задач сейсмодинамики для трубопровода, предложенного в работах [1, 5 – 6]. Этот

подход в дальнейшем многократно использовался, принимая различные гипотезы (законы) для зависимости между силой взаимодействия и относительным смещением трубопровода.

Другая, более строгая постановка задачи о действии сейсмической волны на трубопровод состоит в том, что исследуются совместные (связанные) движения грунта и трубопровода. Такая постановка задач сейсродинамики трубопровода дана в наших работах [7 – 10]. В них считалось, что падающая продольная волна распространяется вдоль трубопровода. Это упрощало решение внешней задачи для грунта, сводя ее введением автомодельной переменной к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения. В настоящей статье рассматриваются постановки и решения связанных задач о совместных стационарных и нестационарных движениях грунта и трубопровода при произвольном угле падения плоской сейсмической волны. В этом случае переход к автомодельной переменной лишь снижает размерность внешней задачи для грунта. Используя разработанный автором ранее метод квазиодномерной деформации, задачу свели к краевой задаче для волнового уравнения в цилиндрических координатах, решение которой значительно сложнее, чем в случае волны, бегущей вдоль трубопровода.

Ввиду теоретической и практической важности задачи исправлены неточности, допущенные в постановке и решении подобной задачи по "модели взаимодействия" в работах [5, 6] (наиболее существенные из этих исправлений даны в приложениях).

Разложение наклонной волны в сумму нескольких волн, распространяющихся вдоль трубопровода. Предположим сначала, что падающая на трубопровод плоская сейсмическая волна является продольной волной и что она распространяется в вертикальной плоскости (плоскости, проходящей через ось трубопровода и центр Земли или через ось трубопровода перпендикулярно поверхности Земли). Последнее означает, что в декартовой системе координат с осью z , направленной по оси трубы и осями y и x , лежащими соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскостях, фронт падающей волны перпенди-

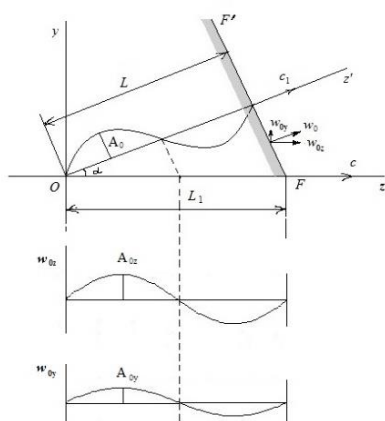


Рис. 1. Разложение наклонно падающей на трубопровод сейсмической волны на продольную (вдоль трубопровода) и поперечную составляющие.

кулярен вертикальной плоскости Oyz . Этот фронт (вернее, его след в вертикальной плоскости) изображен прямой FF' на рис. 1. Предположение же, что волна является продольной, означает, что перемещения частиц грунта в возмущенной волной области (за ее фронтом) происходят в перпендикулярных фронту направлениях. Такая волна описывается уравнением

$$w_0 = A_0 \exp \left[-i \frac{2\pi}{L} (c_1 t - z') \right], \quad (1)$$

если она является стационарной. В (1) A_0 – амплитуда волны; L – ее длина; c_1 – скорость распространения продольной волны в упругом грунте; t – время. Лучи (Oz' и параллельные ей), вдоль которых распространяется плоская волна, образуют угол α с осью трубопровода Oz (см. рис. 1). Этот угол меняется в пределах от 0 до π (поскольку естественно предположить, что фокус землетрясения находится на большей глубине, чем трубопровод), и можно считать, что $0 < \alpha < \pi/2$; случай $\pi/2 < \alpha < \pi$ сводится к предыдущему изменением положительных направлений осей z и x .

Представляя перемещение в волне (1) в виде суммы перемещений в направлениях z и y , т.е. в виде суммы $w_0 = w_{0z} + w_{0y}$, можно ее воздействие на протяженное в направлении Oz сооружение, в частности трубопровод, заменить воздействием следующих двух волн:

$$\begin{aligned} w_{0z} &= A_0 \cos \alpha \exp \left[-i \frac{2\pi}{L/\cos \alpha} \left(\frac{c_1}{\cos \alpha} t - z \right) \right] = A_{0z} \exp \left[-i \frac{2\pi}{L_1} (ct - z) \right], \\ w_{0y} &= A_0 \sin \alpha \exp \left[-i \frac{2\pi}{L/\cos \alpha} \left(\frac{c_1}{\cos \alpha} t - z \right) \right] = A_{0y} \exp \left[-i \frac{2\pi}{L_1} (ct - z) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

изображенных на рис. 1 и распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью

$c=c_1/\cos\alpha$. Первая из этих волн (w_{0z} с амплитудой $A_{0z} = A_0 \cos\alpha$) является продольной, а вторая (w_{0y} с амплитудой $A_{0y} = A_0 \sin\alpha$) – поперечной SV- волной. В выражениях (2) величины c , L , L_1 , A_{0z} и A_{0y} положительны в силу предположения, что $\alpha \in (0, \pi/2)$.

Идею подобного рассмотрения эффекта действия наклонной волны на протяженные подземные сооружения высказал впервые Т. Кюезель [11]. Такое рассмотрение может быть принято, когда поперечный размер сооружения является значительно меньшим длины волны L и протяженности самого сооружения вдоль оси z . Применительно к трубопроводу это означает, что представление (2), верно, когда он рассматривается как стержень, совершающий продольные и изгибные колебания (т.е. движется без искажений поперечных сечений) и не приемлемо, когда трубопровод рассматривается как цилиндрическая оболочка (представления для волны (1) в этом случае даны, например, в работах [12, 13]).

Таким же образом в виде суммы двух волн, распространяющихся вдоль трубопровода, может быть представлена и наклонная плоская нестационарная волна, движущаяся в вертикальной плоскости Oyz и заданная соотношением $w_0 = f(c_1 t - z')$, где $f(\tau) \equiv 0$ при $\tau < 0$ (см. рис. 1). В этом случае в соответствии с (2), например,

$$w_{0z} = \cos\alpha f\left[\cos\alpha\left(\frac{c_1}{\cos\alpha}t - z\right)\right] = \cos\alpha f_1(ct - z)H(ct - z), \quad (3)$$

где $H(z)$ – функция Хевисайда, равная единице при $z > 0$ и нулю при $z < 0$.

Если падающая плоская наклонная волна является продольной и распространяется в горизонтальной плоскости Ozx (проходящей через ось трубопровода и параллельной поверхности Земли), т.е. если вектор перемещения u_0 в волне лежит в плоскости Ozx (или в плоскостях, параллельных ей), образуя угол β с осью трубопровода, то, повторяя приведенные выше рассуждения, волна u_0 , также как и w_0 , может быть представлена в виде суммы двух волн (продольной и поперечной), распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью $c' = c_1/\cos\beta$.

В более общем случае, когда падающая продольная волна произвольно ориентирована в пространстве и вектор перемещений ξ_0 в ней не принадлежит ни одной из названных выше плоскостей, то он может быть двумя способами выражен в виде суммы двух векторов (рис. 2):

$$\xi_0 = w_0 + u_{0x} = u_0 + w_{0y}.$$

Здесь w_0 и u_0 – соответственно проекции вектора ξ_0 на вертикальную и горизонтальную плоскости, а u_{0x} и w_{0y} представляют собой поперечные волны, распространяющиеся в направлениях осей x и y .

Представляя теперь каждую из волн w_0 и u_0 указанным выше способом через сумму продольной и поперечной волн, распространяющихся вдоль трубопровода, приходим к следующему результату. Действие произвольно ориентированной продольной волны на трубопровод эквивалентно действию трех волн: двух поперечных волн и одной продольной волны, распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью $c = c_1/(\cos\gamma \cos\alpha)$, где γ – угол между вектором ξ_0 и вертикальной плоскостью Ozy , а α – угол, образуемый проекцией вектора ξ_0 на эту плоскость с осью Oz (осью трубопровода). Аналогичное представление, очевидно, имеет место и при падении на трубопровод или протяженное сооружение сдвиговой наклонной волны.

Постановка связанных задач о колебаниях грунта и трубопровода. Метод квази-одномерной деформации. Результаты наблюдений показывают, что наибольшие внутренние усилия (напряжения) и, соответственно, разрушения трубопроводов в местах стыков возникают, как правило, при их продольных колебаниях под воздействием сейсмических волн. Указанное справедливо по крайней мере тогда, когда общая длина трубопровода или в случае

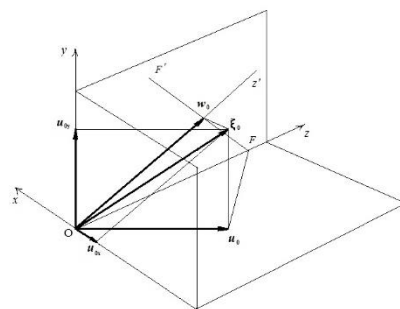


Рис. 2. Два способа представления произвольно ориентированной наклонной волны в виде суммы продольной и поперечной волн

трубопровода, рассматриваемого как бесконечно длинный, длины его представительных участков (содержащие, например, несколько стыков) значительно малы по сравнению с длинами сейсмических волн. Такие участки трубы практически не деформируются под воздействием поперечных волн и движутся в поперечном направлении как абсолютно твердые тела. Если такое рассмотрение не приемлемо и могут возникать заметные деформации и усилия в результате изгиба, то для оценки этих величин используется (в том числе и в нормативных документах) простейшая инженерная теория «жесткого защемления» трубопровода в грунте, согласно которой поперечные движения трубы совпадают с поперечными перемещениями грунта в сейсмической волне [2 – 4, 14]. Это положение подтверждается некоторыми опытами и результатами наблюдений при землетрясениях [15].

Пусть, для определенности, наклонно падающая на трубопровод волна является нестационарной и задана в виде, соответствующем стационарной волне (1). Дадим постановку задачи о совместных продольных колебаниях трубопровода и упругого грунта под воздействием продольной составляющей названной волны, выделенной в п.2, а именно, под воздействием волны w_{0z} , определенной соотношением (3). Такие связанные постановки приведены впервые в работах [7 – 10]. В этих постановках на границах грунтовой массы принимаются следующие краевые условия.

На расстоянии $r = R$, достаточно удаленном от трубопровода, перемещения грунта равны перемещениям в продольной волне (3), т.е.

$$u_r|_{r=R} = 0, u_\theta|_{r=R} = 0, (u_z = w)|_{r=R} = w_{0z}(ct - z) = \cos\alpha f \left[\cos\alpha \left(\frac{c_1}{\cos\alpha} t - z \right) \right]. \quad (4)$$

Здесь $u_r, u_\theta, u_z \equiv w$ – компоненты вектора перемещений грунта вдоль осей цилиндрической системы координат (r, θ, z) с осью z , совпадающей с осью трубопровода.

Сформулированные условия означают, что на внешней границе грунта краевые условия сносятся на коаксиальную поверхность трубы, цилиндрическую поверхность, радиус R которой может быть принят равным глубине залегания трубопровода.

Если трубопровод находится в неограниченной среде (что можно считать, когда глубина заложения R многократно превосходит внешний радиус трубопровода a), то условия (4) должны выполняться на бесконечности (при $r \rightarrow \infty$).

На внутренней границе грунта, т.е. на границе контакта грунта с трубопроводом, ставятся обычные условия непрерывности перемещений

$$u_r|_{r=a} = 0, u_\theta|_{r=a} = 0, w|_{r=a} = \mathcal{U}(z, t), \quad (5)$$

где $\mathcal{U}(z, t)$ – осевое (продольное) перемещение трубопровода, определяемое из уравнения продольных колебаний стержня. Физически условия (5) означают, что радиальные перемещения в трубопроводе пренебрежимо малы в сравнении с продольными и принято условие прилипания на поверхности контакта трубы с грунтом. Оценки величин радиальных перемещений u_r на поверхности металлических (стальных, чугунных) и бетонных труб получены в [16].

При сформулированных краевых условиях (4), (5) имеет место осевая симметрия, когда $u_\theta \equiv 0$, а перемещения u_r и $u_z \equiv w$ не зависят от угловой координаты θ . Тогда уравнения движения упругого грунта сводятся к системе двух уравнений Ламе для названных ненулевых компонент вектора перемещений (системе (1.3) из [9]).

Гипотеза квазиодномерности деформации грунта. С целью упрощения задачи для грунта предположим, что радиальная $\varepsilon_{rr} = \partial u_r / \partial r$ и окружная $\varepsilon_{\theta\theta} = u_r / r$ деформации являются малыми (по абсолютной величине) в сравнении с деформацией $\varepsilon_{zz} = \partial w / \partial z$ в направлении распространения падающей продольной волны w_{0z} . Тогда тензор деформации имеет лишь две ненулевые компоненты: ε_{zz} и $\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zr}$.

Метод квазиодномерной деформации предложен и использован нами в работах [8 – 10, 16]. В задаче о сейсмических колебаниях трубопровода в бесконечной упругой среде

[10], допускающей точное решение, установлено, что приближенное ее решение, полученное по данному методу, весьма близко к точному решению.

Уравнения движения Ламе упругой среды в цилиндрических координатах (см. [17, гл. 4, уравнения (28)]) для осесимметричной задачи (при $u_\theta \equiv 0$ и u_r, u_z не зависящим от угловой координаты θ) сводятся к системе из двух уравнений

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z \partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}, \\ \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2}, \end{cases} \quad (6)$$

где ρ – плотность грунта; λ и μ – параметры Ламе упругого грунта.

Во втором уравнении системы (6) член, содержащий u_r , в осесимметричном случае равен $\partial/\partial z (\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{rr})$ и в условиях принятой гипотезы им можно пренебречь в сравнении с первыми двумя членами левой части, содержащими $\varepsilon_{rz} = \partial u_z / \partial r$ и $\varepsilon_{zz} = \partial u_z / \partial z$. Тогда это уравнение сводится к следующему отдельному ("анизотропному") волновому уравнению относительно продольного перемещения $u_z \equiv w$:

$$\left(\frac{c_2}{c_1} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорость распространения сдвиговых волн в грунте.

Между тем, первое уравнение системы (6) содержит оба перемещения u_r и w и может быть решено после нахождения функции w . Однако для полной постановки и решения задачи о совместных продольных колебаниях трубопровода и грунта в этом нет необходимости. Действительно, в силу граничного условия для u_r из (5) касательное напряжение, действующее на поверхности контакта среды и трубопровода, вычисляется по формуле

$$\sigma_{rz}|_{r=a} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (8)$$

и не зависит от u_r (предполагается, что операции дифференцирования по z и предельного перехода по r перестановочны).

Тогда равнодействующая касательных напряжений (8), действующих на боковой поверхности элемента трубопровода длиной dz , и вовлекающая этот элемент в движение, есть

$$Pdz = dz \int_0^{2\pi} \sigma_{rz}|_{r=a} a d\theta = dz \cdot 2\pi a \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a}. \quad (9)$$

Поверхностная сила (9), отнесенная к объему $dV = \pi (a^2 - b^2) dz$ элемента dz (b – внутренний диаметр трубы), принимается за объемную силу, действующую на трубопровод: $F = P / [\pi (a^2 - b^2)]$. Следовательно, уравнение вынужденных продольных колебаний трубопровода имеет вид

$$\rho' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2a}{(a^2 - b^2)} \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a}, \quad (10)$$

где E' – модуль Юнга; ρ' – плотность материала трубопровода.

Считается, что время изменяется в промежутке $-\infty < t < +\infty$. Поэтому приведенная постановка должна быть дополнена условиями на фронте волны (как в среде, так и в трубопроводе), а также естественными условиями ограниченности перемещений трубопровода при $z \rightarrow \pm\infty$; эти условия выписаны далее.

Для определения силы взаимодействия F между трубопроводом и средой не требуется знание радиального перемещения среды u_r . Это следует из равенства (8), справедливого при выполнении граничного условия (5) для u_r , и означающего, что пренебрегается радиальным расширением трубопровода или влиянием этого расширения на деформации и напряжения в грунте. В работе [16] нами показано, что задача для w выделяется в отдельную задачу и при учете поперечного расширения трубы.

Данная выше постановка является связанной, поскольку в задачу для грунта входит

перемещение трубы (через краевое условие в (5)) и уравнение движения трубопровода (10) содержит продольное перемещение грунта.

Уравнение (10) отличается от уравнений движения трубопровода, приведенных в работах [1, 5], тем, что в нем присутствует теоретическое выражение для силы взаимодействия с грунтом (которое в явном виде получено ниже путем решения внешней задачи для грунта), в то время как в указанных работах подразумевается, что сила взаимодействия определена опытным путем. Этот факт является существенным преимуществом рассматриваемой здесь постановки.

Нетрудно показать, что сформулированная выше задача в случае бесконечного трубопровода является *автомодельной*, т. е. когда заданная сейсмическая волна w_{0z} , входящая в граничное условие (4), служит функцией аргумента $Z \equiv ct - z$, она допускает решение, в котором обе неизвестные функции w и $\mathcal{U}$ также зависят от Z вместо зависимости от двух переменных z и t в отдельности: $w(r, z, t) = w(r, Z)$, $\mathcal{U}(z, t) = \mathcal{U}(Z)$. Следовательно, уравнения колебаний грунта (7) и трубопровода (10) сводятся к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2}, m^{-2} = \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \left[\left(\frac{c}{c_1}\right)^2 - 1\right] > 0, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 \mathcal{U}}{dZ^2} = \frac{2a\mu}{(M^2 - 1)(a^2 - b^2)E'} \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right) \Big|_{r=a}, M = \frac{c}{c'_0}, c'_0 = \sqrt{\frac{E'}{\rho'}}. \quad (12)$$

При этом может реализоваться один из следующих двух, физически различных режимов протекания волновых процессов в системе грунт – трубопровод: а) *сверхзвуковой режим* ($M > 1$), когда скорость сейсмической волны c в грунте больше стержневой скорости распространения возмущений в трубопроводе $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$, и б) *дозвуковой режим* ($M < 1$), когда $c < c'_0$.

Скорость движения волны вдоль трубы $c = c_1/\cos\alpha$ при наклонном падении волны на трубопровод может быть сколь угодно большой (при $0 < \alpha < \pi/2$). По этой причине сверхзвуковой случай, впервые введенный в рассмотрение в работе [5], может возникать и когда трубопровод не содержит демпфирующих стыков.

Задача о стационарных совместных сейсмических колебаниях трубопровода и грунта и ее аналитическое решение. Когда падающая волна, а значит и ее составляющая w_{0z} , движущаяся вдоль трубопровода, являются стационарными волнами, определенными формулами (1) и (2), в грунте и трубопроводе реализуется установившийся колебательный режим, т.е. перемещения w и $\mathcal{U}$ могут разыскиваться в виде

$$w(r, Z) = W(r) \exp(-ihZ), \mathcal{U}(Z) = U \exp(-ihZ), h = \frac{2\pi}{L_1} = \frac{2\pi}{L} \cos\alpha. \quad (13)$$

Тогда уравнения (11), (12) для $W(r)$ и U принимают вид

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} + p^2 W = 0, p = h/m, \quad (14)$$

$$h^2 U + \frac{2a\mu}{(M^2 - 1)(a^2 - b^2)E'} \left(\frac{dW}{dr}\right) \Big|_{r=a} = 0. \quad (15)$$

К этой системе уравнений необходимо присоединить краевые условия для W , получаемые при подстановке представлений (13) в (4), (5), т.е. условия

$$W(r)|_{r=R} = A_{0z} = W_0, W(r)|_{r=a} = U. \quad (16)$$

Интегрируя уравнение колебаний грунта (14) (являющееся уравнением Бесселя) и удовлетворяя краевым условиям (16), получаем решение внешней задачи для грунта в виде

$$W(r) = \frac{J_0(pr)[Y_0(pa)U - Y_0(pa)W_0] - Y_0(pr)[J_0(pR)U - J_0(pR)W_0]}{J_0(pa)Y_0(pR) - Y_0(pa)J_0(pR)}. \quad (17)$$

Здесь J_0, Y_0 – функции Бесселя первого и второго родов нулевого порядка.

Из (17) следует, что

$$\frac{dW(r)}{dr} = p \frac{-J_1(pr)[Y_0(pR)U - Y_0(pa)W_0] + Y_1(pr)[J_0(pR)U - J_0(pa)W_0]}{J_0(pa)Y_0(pR) - Y_0(pa)J_0(pR)}, \quad (18)$$

если воспользоваться правилами дифференцирования бесселевых функций [17, 18].

Равенство (18) показывает, что при произвольных значениях параметров, входящих в аргументы бесселевых функций, касательное напряжение (8) на поверхности трубы, а значит, и сила взаимодействия с грунтом не пропорциональны относительному перемещению $W_0 - U$, как это принимается в работах [1, 5, 6]. Однако, если предположить, что безразмерный параметр $pR \ll 1$ (тогда и $pa \ll 1$) или, что эквивалентно, $\varepsilon = R/L \ll 1$, т.е. считать глубину залегания трубопровода и его диаметр малыми величинами в сравнении с длиной сейсмической волны, то пользуясь в (18) разложениями бесселевых функций при малых значениях аргументов [18], приходим к асимптотическому представлению для касательного напряжения на поверхности трубы в виде ($\sigma_{rz} = \sigma_{rz}^0 \exp(-ihZ)$):

$$\sigma_{rz}^0|_{r=a} = \mu \left(\frac{dW}{dr} \right) \Big|_{r=a} \approx \frac{\mu}{a \ln(R/a)} (W_0 - U). \quad (19)$$

Легко показать, что следующий член в асимптотическом разложении касательного напряжения при малом ε имеет порядок $O(\varepsilon^2 \ln \varepsilon)$ и он не пропорционален относительному смещению $W_0 - U$ (содержит разные коэффициенты при W_0 и $-U$). Таким образом, в случае линейно-упругого грунта установлена справедливость принятой в инженерных теориях гипотезы о пропорциональности касательных напряжений на поверхности трубопровода (а значит, и силы взаимодействия с грунтом) относительному смещению в первом приближении, когда глубина заложения трубопровода и его диаметр малы в сравнении с длиной сейсмической волны. При этом из (19) следует теоретическое выражение для коэффициента взаимодействия, а именно: $k_z = \mu / [a \ln(R/a)]$. В инженерных теориях предполагается, что названный коэффициент определяется в опытах. Простой способ опытного определения k_z представлен в Приложении А с исправлением неточностей, допущенных в изложении этого вопроса в монографии [6].

Отметим, что в частном, но важном случае $c = c_1$ (не наклонного падения волны на трубопровод, когда $\alpha = 0$ и падающая волна движется вдоль трубы) закон (19) выполняется точно. Действительно, тогда в уравнении (19) $m^{-1} = 0$ и решение краевой задачи (14), (16) есть

$$W(r) = \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)} (W_0 - U) + U, \quad \frac{dW(r)}{dr} = \frac{1}{r \ln(R/a)} (W_0 - U).$$

Подстановка найденного из решения внешней задачи выражения (19) для касательного напряжения в уравнение (15) приводит последнее к виду

$$(h^2 \pm k^2)U = \pm k^2 W_0, \quad k^2 = \frac{2\mu}{E' |M^2 - 1| (a^2 - b^2) \ln(R/a)}. \quad (20)$$

Следовательно, амплитуда связанных стационарных колебаний трубопровода определяется выражением

$$U = \frac{\pm k^2}{h^2 \pm k^2} W_0 = \frac{1}{1 \pm (h/k)^2} W_0. \quad (21)$$

В формулах (20), (21) верхние знаки берутся в дозвуковом случае ($M < 1$), а нижние – в сверхзвуковом ($M > 1$).

Решение уравнения (11) для дозвукового случая (формула (21) с верхними знаками плюс) формально совпадает с решением А. Сакураи и Т. Такахаши [1], однако, есть и существенные различия. Во-первых, амплитуда падающей волны $W_0 = A_{0z}$ и параметры h и k , входящие в решение (21), зависят от угла наклона волны (формулы (2), (12), (13), (20)); в [1] же возможность наклонного падения волны на трубопровод не предполагалась. Во-вторых, что более важно, параметр k в (21) задан теоретическим выражением (20), вытекающим из решения внешней задачи для грунта, в то время как в работе [1] (а также в [5]) этот параметр остается неопределенным.

Сверхзвуковой режим (когда число Маха $M > 1$ и волна в грунте распространяется вдоль трубопровода со скоростью большей, чем скорость звука в трубе) также не изучался А. Сакураи и Т. Такахаши. Этот режим естественным образом возникает при увеличении угла наклона плоской волны к трубопроводу (напомним, что под углом падения понимается угол, образуемый нормалью к фронту волны с осью трубопровода (см. рис. 1)), поскольку в этом случае $c = c_1 / \cos \alpha \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow \pi/2$. Другой случай, когда может возникать сверхзвуковой режим, – это сегментный трубопровод с демпфирующими стыками, гасящими скорость распространения звука в нем (см. Приложение В), или трубопроводы из композитных или полимерных материалов, особенно, если такие трубопроводы уложены в плотных или скалистых грунтах с большими скоростями распространения упругих волн.

Соотношения (21) отражают существенное отличие в поведении решений для сверхзвукового и дозвукового режимов, связанное, прежде всего, с возможностью существования резонанса в первом случае: когда параметр k , определенный формулой (20), становится по своим значениям близким к h , амплитуда стационарных колебаний при $M > 1$ неограниченно возрастает. Однако и при $k \neq h$ динамические напряжения в сверхзвуковом случае превышают соответствующие напряжения, вычисленные по теории "жесткого защемления" (принятой в нормативных документах при расчете подземных трубопроводов на сейсмостойкость [4]), согласно которой продольные перемещения и деформации трубы совпадают с продольными перемещениями и деформациями грунта в волне w_{0z} из (2). Согласно этой простейшей теории, максимальные напряжения в трубопроводе $\sigma'_{zz} = E' A_0 h \cos \alpha$.

Следовательно, существующее убеждение [2], что рассчитанные по теории полного защемления напряжения являются верхней границей напряжений в трубопроводе неверно, если реализуется сверхзвуковой режим, а он имеет место при наклонном падении сейсмической волны на трубопровод для углов α , для которых $\cos \alpha < c_1 / c'_0$ (подразумевается обычная ситуация, когда скорость объемных волн в грунте c_1 меньше стержневой скорости трубопровода c'_0).

При землетрясениях интенсивности 3 и выше основную часть энергии несут волны с длинами от многих десятков до нескольких сотен метров. Тогда для металлических и бетонных (асбестоцементных) трубопроводов в реальных условиях их пролегания численное значение h может на порядок или даже на два порядка быть меньше значения параметра k . В этом случае ($h/k \ll 1$) также справедлив приведенный выше анализ.

В качестве примера исследуем важный вопрос о поведении амплитуды колебаний трубопровода (и амплитуды напряжений в нем) при изменении глубины пролегания. С этой целью подставим значения h из (13) и k из (20) в решения (21) и представим их в виде

$$\frac{U}{W_0} = \frac{1}{1 \pm 2\pi^2 \left(\frac{E'}{\mu}\right) |M^2 - 1| \left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] \left(\frac{a}{L_1}\right)^2 \ln \frac{R}{a}}. \quad (22)$$

На рис. 3 изображены графики безразмерной амплитуды колебаний U / W_0 железного трубопровода, заложенного в мягкий грунт, в зависимости от глубины заложения при следующих значениях, входящих в (22) констант и параметров: $E' = 21.3 \times 10^{10}$ Н/м², $\mu = 3.38 \times 10^8$ Н/м², $b/a = 0.9$, $a = 0.15$ м, $L_1 = 110$ м, $M = 1.1$ и $M = 0.9$, соответственно в сверхзвуковом и дозвуковом случаях (значение модуля Юнга E' для железа взято из справочника [19], а модуля сдвига μ для мягкого грунта – из [20]).

Теми же выражениями (22) определяются и безразмерные амплитуды продольных напряжений в трубопроводе $\sigma'_{zz} / \sigma'_{zz}{}^0$.

Из графиков рис. 3 видно, что амплитуды перемещений (и напряжений) в дозвуковом режиме убывают с возрастанием глубины заложения (сплошная линия), а в сверхзвуковом режиме они, наоборот, возрастают с увеличением R (штриховая линия). Полуштриховая прямая на рис. 3 обозначает не зависящий от глубины залегания результат элементарной теории полного защемления трубопровода в грунте.

Таким образом, если в дозвуковом случае для обеспечения большей сейсмостойкости трубопровод необходимо заглублять на большую глубину (известный факт), то в сверхзвуковом случае, как следует из результатов настоящего исследования, нужно поступать ровно противоположным образом (разумеется в предположении, что глубина заложения остается все еще достаточной для того, чтобы можно было пренебречь влиянием поверхностных волн, затухающих экспоненциально с глубиной).

Нестационарная задача о связанных (совместных) колебаниях трубопровода и грунта. Пусть падающая наклонно на трубопровод продольная волна (1) является нестационарной, т.е. она задана соотношением $w_0 = f(c_1 t - z')$, где $f(\tau) \equiv 0$ при $\tau < 0$. Тогда продольная составляющая этой волны, распространяющаяся вдоль оси z трубопровода со скоростью $c = c_1 / \cos \alpha$, определена равенством (3). Как показано, связанная задача о воздействии волны (3) на трубопровод в условиях гипотезы о квазиодномерной деформации грунта сводится к решению системы уравнений (11), (12) при краевых условиях (4), (5). При этом, в записи уравнений (11), (12) учтено, что, когда падающая сейсмическая волна (3) является функцией аргумента $Z = ct - z$ и трубопровод бесконечный, то задача автомодельна, а именно, в названных условиях перемещения трубопровода и продольные перемещения грунта зависят от переменной Z , а не от двух переменных z и t в отдельности.

В силу того, что задача является нестационарной, для полной ее постановки недостаточно задания краевых условий (4), (5), а должны быть заданы еще и начальные условия (или эквивалентные им). Для физически обоснованной формулировки последних рассмотрим два возможных случая. В первом, сверхзвуковом, случае ($M > 1$) возмущения как в среде, так и в трубопроводе имеют место только за фронтом падающей сейсмической волны, т.е. при $Z > 0$, а перед фронтом волны $Z = 0$ частицы и грунта, и трубопровода находятся в состоянии покоя. Отсюда и из условий непрерывности перемещений и скоростей точек грунта и трубы при переходе через фронт волны $Z = 0$ получаем "начальные" условия

$$w(0) = 0, w'(0) = 0, w'(Z) \equiv \partial w(Z) / \partial Z, \quad (23)$$

$$u(0) = 0, u'(0) = 0, u'(Z) \equiv \partial u(Z) / \partial Z, \quad (24)$$

которые должны быть присоединены к системе уравнений (11), (12) и краевым условиям для функции w из (4), (5).

Во втором, дозвуковом, случае ($M < 1$) волна в трубопроводе опережает падающую сейсмическую волну, что в свою очередь вызывает возмущения в грунте и перед фронтом падающей волны. Таким образом, в этом случае вся область, занятая средой, и весь трубопровод находятся в возмущенном состоянии и потому уравнения (11), (12) должны рассматриваться на всей оси $-\infty < Z < +\infty$. Следовательно, условия, обеспечивающие единственность решений w (в полосе $a < r < R$, $-\infty < Z < +\infty$) и u (на оси $-\infty < Z < +\infty$), необходимо формулировать в виде условий на бесконечности: $Z \rightarrow \pm\infty$.

Решение внешней задачи для грунта необходимо только для вычисления силы взаимодействия. Имея это в виду, пренебрежем возмущениями в грунте перед фронтом падающей волны и будем считать, что и в дозвуковом случае (случае b) выполнены условия (23) на фронте $Z = 0$. Такая постановка дает верхнюю границу для силы взаимодействия в сечениях

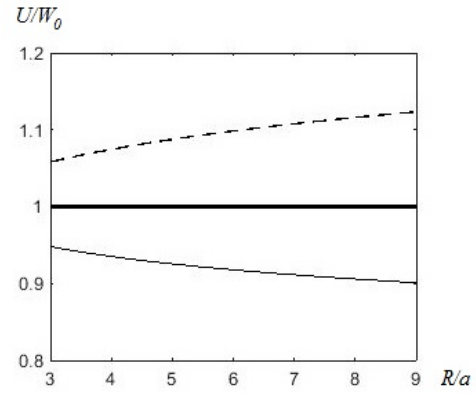


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний трубопровода от глубины пролегания в дозвуковом (сплошная линия) и сверхзвуковом (штриховая линия) случаях; полужирная прямая показывает результат инженерной теории полного заземления трубы в грунте

$Z < 0$. Как будет показано далее, перемещения и напряжения в трубе быстро затухают в области перед падающей волной при удалении от фронта и их максимальные значения достигаются в дозвуковом случае в части трубопровода, охваченной бегущей в грунте волной.

Что касается условий на перемещения в трубопроводе, то из физических соображений естественно потребовать, чтобы они были ограниченными на бесконечности:

$$|U(Z)| = O(1) \text{ при } Z \rightarrow \pm\infty. \quad (25)$$

Решение внешней задачи для грунта и вывод теоретического значения для силы взаимодействия. В принятых предположениях краевые задачи для грунта при $Z > 0$ (определяющие движение за фронтом падающей волны) в обоих случаях, сверхзвуковом и дозвуковом, одинаковы и могут быть решены применением преобразования Лапласа по Z . Тогда уравнение (11) при "начальных" условиях (23) приводится к уравнению Бесселя и его решение, удовлетворяющее преобразованным по Лапласу краевым условиям (4), (5), имеет вид

$$w^L = \frac{[I_0(s_1 r)K_0(s_1 R) - K_0(s_1 r)I_0(s_1 R)]U^L - [I_0(s_1 r)K_0(s_1 a) - K_0(s_1 r)I_0(s_1 a)]w_{0z}^L}{I_0(s_1 a)K_0(s_1 R) - K_0(s_1 a)I_0(s_1 R)}, \quad (26)$$

где индексом L помечены Лаплас-преобразования функций с параметром преобразования s ($\text{Re } s > 0$), $s_1 \equiv s/m$ и $I_0(\zeta)$, $K_0(\zeta)$ и есть модифицированные бесселевы функции первого рода нулевого порядка.

В двух случаях, когда угол падения α мал (тогда определенная в (11) безразмерная константа $m \gg 1$) и когда рассматривается решение вдали от фронта волны, аргументы бесселевых функций, входящих в (26), малы (по абсолютной величине) и можно воспользоваться для этих функций первыми членами разложений в ряды [18]: $I_0(\zeta) \approx 1$, $K_0(\zeta) \approx \ln(2/\zeta)$. Тогда из (26) получаем

$$w(r, Z) \approx \frac{1}{\ln(a/R)} \left[\ln\left(\frac{r}{R}\right) U(Z) - \ln\left(\frac{r}{a}\right) w_{0z}(Z) \right]. \quad (27)$$

Напомним, что решение (27) справедливо при $Z > 0$, т.е. за фронтом падающей волны (или в левой полуполосе в переменных (r, Z)). Легко проверить, что та же формула (27) дает решение и для $Z < 0$ (в правой полуполосе), если принять в ней $w_{0z} = 0$. Таким образом, формула (27) дает решение задачи для грунта при любых $-\infty < Z < +\infty$, если полагать $w_{0z}(Z) \equiv 0$ при $Z < 0$, что есть способ задания плоской волны (см. (3)).

В соответствии с решением (27) касательное напряжение на поверхности трубопровода равно

$$\sigma_{rz}(a, Z) = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = \frac{\mu}{a \ln(R/a)} [w_{0z}(Z) - U(Z)]. \quad (28)$$

Этот результат обосновывает (в случае линейно-упругого грунта) принятую в работах [1, 5, 6] гипотезу о силе взаимодействия и дает теоретическое значение коэффициента взаимодействия ($k_z = \mu/[a \ln(R/a)]$), который в инженерных подходах требуется определять из опытов [6]. Те же значения касательного напряжения и коэффициента взаимодействия получены нами и в случае установившихся (стационарных) колебаний упругого грунта и трубопровода [21].

Решение для трубопровода. С учетом найденного из решения внешней задачи выражения (28) для касательного напряжения уравнение движения трубопровода (12) принимает вид

$$d^2 U/dZ^2 \pm p^2 U(Z) = \pm p^2 w_{0z}(Z), \quad p^2 \equiv \frac{2\mu}{E'[1 - M^2](a^2 - b^2)\ln(R/a)}. \quad (29)$$

Верхние знаки в уравнении (29) берутся в сверхзвуковом случае $M > 1$, а нижние – в дозвуковом случае $M < 1$.

К уравнению (29) необходимо присоединить условия на фронте волны (24) при сверхзвуковом режиме и условия на бесконечности (25) – при дозвуковом режиме. Решение сформулированной задачи в обоих случаях не представляет трудностей. При $M > 1$ корни характеристического уравнения, соответствующего однородному уравнению (29) с верхними знаками, являются чисто мнимыми и равны $\pm ip$. Следовательно, фундаментальную

систему решений этого уравнения образуют функции $f_1(Z) = \sin pZ$, $f_2(Z) = \cos pZ$, а их линейная комбинация является общим решением указанного однородного уравнения. Частное решение соответствующего неоднородного уравнения находится известным способом вариации произвольных постоянных в общем решении однородного уравнения. Полученный таким образом в [22, гл. V] результат приводит к следующему общему решению в случае неоднородного дифференциального уравнения второго порядка:

$$u(Z) = C_1 f_1(Z) + C_2 f_2(Z) - \int_{-\infty}^Z \left\| \begin{matrix} f_1(Z) & f_2(Z) \\ f_1(Z') & f_2(Z') \end{matrix} \right\| \frac{F(Z') dZ'}{B(f_1(Z'), f_2(Z'))}, \quad (30)$$

где под знаком интеграла двойные вертикальные черты служат для обозначения определителя, функция $F(Z)$ является правой частью уравнения (29) и $B(f_1, f_2)$ есть определитель Вронского, в котором первая строка состоит из функций f_1, f_2 , а вторая – из их производных.

Подставляя в формулу (30) найденные ранее фундаментальные решения однородного уравнения, соответствующего уравнению (29) с верхними знаками, и правую часть последнего уравнения, получаем общее решение неоднородного уравнения (29) с верхними знаками в виде

$$u(Z) = C_1 \sin pZ + C_2 \cos pZ + p \int_{-0}^Z w_{0z}(Z') \sin p(Z - Z') dZ'. \quad (31)$$

Легко устанавливается, что решение (31) удовлетворяет условиям на фронте волны (24) при $C_1 = C_2 = 0$. Таким образом, окончательное решение задачи в сверхзвуковом случае $M > 1$ имеет вид

$$u(Z) = p \int_{-0}^Z w_{0z}(Z') \sin p(Z - Z') dZ'. \quad (32)$$

В аналогичном результате, полученном в работе [5] (формула (12)), нижний предел интегрирования $-\infty$ необходимо заменить на 0.

Найдем теперь решение в дозвуковом случае $M < 1$. Этому случаю соответствует дифференциальное уравнение (29), взятое с нижними знаками. Получаемое так же, как и выше (при помощи формулы (30)), общее решение этого уравнения имеет вид

$$u(Z) = C_1 e^{-pZ} + C_2 e^{pZ} - p \int_{-\infty}^Z w_{0z}(Z') \operatorname{sh} p(Z - Z') dZ'. \quad (33)$$

Константы в (33) найдем из условий ограниченности решения на бесконечности (условий (25)). Поскольку второй и третий члены в (33) стремятся к нулю при $Z \rightarrow -\infty$, решение будет ограниченным на $-\infty$, если $C_1 = 0$.

Далее, легко видеть, что решение (33) будет ограниченным при $Z \rightarrow +\infty$, если выполнено условие

$$e^{pZ} \left(C_2 - \frac{p}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-pZ'} w_{0z}(Z') dZ' \right) = 0.$$

Отсюда следует, что

$$C_2 = \frac{p}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-pZ'} w_{0z}(Z') dZ'.$$

Подставляя найденные значения констант в формулу (33), получаем окончательное решение задачи в дозвуковом случае ($M < 1$):

$$u(Z) = \frac{pe^{pZ}}{2} \int_Z^{+\infty} w_{0z}(Z') H(Z') e^{-pZ'} dZ' + H(Z) \frac{pe^{-pZ}}{2} \int_{-0}^Z w_{0z}(Z') e^{pZ'} dZ'. \quad (34)$$

Второй член в решении (34) возникает только при $Z > 0$. Поэтому в аналогичном результате, полученном в работе [5] (формула (13)), необходимо перед вторым членом ввести множителем функцию $H(y)$ и, кроме того, в интеграле нижний предел $-\infty$ заменить на 0.

Рассмотрим в качестве примера важный частный случай, когда в падающей наклонной волне закон движения грунта за фронтом является синусоидальным: $w_0 = A_0 \sin \omega_1 (c_1 t - z') H(c_1 t - z')$. Продольная составляющая этой волны, согласно (3), есть $w_{0z} = A_0 \cos \alpha \sin(\tilde{\omega}_1 Z) H(Z)$, $\tilde{\omega}_1 \equiv \omega_1 \cos \alpha$. При подстановке выражения для w_{0z} в формулы (32), (34) входящие в них квадратуры вычисляются и продольные напряжения в трубопроводе $\sigma'_{zz} = -E' dU/dZ$ задаются соотношениями

$$\sigma'_{zz} = \begin{cases} -E' A_0 \cos \alpha \frac{\tilde{\omega}_1}{1 - (\tilde{\omega}_1/p)^2} (\cos \tilde{\omega}_1 Z - \cos p Z) H(Z), M > 1; \\ -E' A_0 \cos \alpha \frac{\tilde{\omega}_1}{1 + (\tilde{\omega}_1/p)^2} \left(-\frac{1}{2} \text{sign}(Z) e^{-p|Z|} + H(Z) \cos \tilde{\omega}_1 Z \right), M < 1. \end{cases} \quad (35)$$

Формулы (35) отражают существенное отличие решений для сверхзвукового и дозвукового режимов, связанное, прежде всего, с возможностью существования резонанса в первом случае: когда параметр p , определенный в (29), становится по своим значениям близким к $\tilde{\omega}_1$, амплитуда нестационарных колебаний при $M > 1$ неограниченно возрастает по линейному закону с увеличением Z . Более того, и при $p \neq \tilde{\omega}_1$ динамические напряжения в сверхзвуковом случае превышают соответствующие напряжения, вычисленные по теории "жесткого защемления" (принятой в нормативных документах при расчете подземных трубопроводов на сейсмостойкость [4]). Согласно этой теории, продольные перемещения (а значит, и деформации) трубы совпадают с продольными перемещениями грунта в падающей волне и поэтому максимальные продольные напряжения в трубопроводе $\sigma'_{zz} = (E' A_0 \cos \alpha) \tilde{\omega}_1$. Тогда в характерном на практике случае $\tilde{\omega}_1/p \ll 1$ [9] из решения (35) для $M > 1$ получаем $\max(\sigma'_{zz})/\sigma'_{zz} = \max|1 - \cos p Z| = 2$. Следовательно, существующее убеждение [2], что рассчитанные по теории полного защемления напряжения дают верхнюю границу для напряжений в трубопроводе, неверно при сверхзвуковом режиме.

В дозвуковом случае напряжение в трубопроводе перед фронтом падающей волны, определяемое первым слагаемым в выражении (35) для $M < 1$, является экспоненциально убывающей функцией расстояния от фронта. Таким образом, возмущения при $Z < 0$ локализованы вблизи фронта волны и значение напряжения σ'_{zz} , на фронте (в точке $Z = 0$) равно $0.5 \sigma'_{zz}$. Максимального значения в дозвуковом случае продольное напряжение в трубопроводе достигает в части трубопровода, охваченной бегущей в грунте падающей волной (т.е. при $Z > 0$), и оно, согласно (35), равно $\max(\sigma'_{zz}) = \sigma'_{zz} [1 + 0.5 \exp(-\pi p / \tilde{\omega}_1)]$. Это значение несколько превышает величину σ'_{zz} , получаемую по инженерной теории.

Часть содержания статьи основана на результатах, полученных при финансовой поддержке РФФИ (в рамках научных проектов № 17-08-00066 и № 20-08-00024).

ПРИЛОЖЕНИЯ

А. Об опытным определении коэффициента продольного взаимодействия грунта и трубопровода при сейсмических колебаниях

В задачах о продольных движениях или колебаниях линейно протяженных подземных сооружений (в частности, трубопроводов) из-за отсутствия простых теоретических методов определения коэффициента продольного взаимодействия сооружения и грунта разрабатывались методы опытного нахождения этого коэффициента. Такой метод был впервые разработан Р.И. Ароновым [23] применительно к несейсмическим задачам для заглубленного в грунт трубопровода, когда он подвержен внутреннему давлению или температурному воздействию. Метод сводился к выполнению разрезов трубопровода и измерению продоль-

ного перемещения и результирующей продольных напряжений на образующемся при разрезке конце трубы. Зависимость между измеренными величинами позволяет в случае упругого грунта определить коэффициент продольного взаимодействия трубопровода с грунтом, являющийся в данном случае коэффициентом пропорциональности между этими величинами. Указанное справедливо (хотя это не оговаривается в [23, 24]), когда вторая (внешняя) граница грунта, т.е. поверхность Земли, является свободной от напряжений (на ней выполнено однородное краевое условие).

Этот метод определения коэффициента взаимодействия (или продольного сдвига) трубопровода из квазистатического опыта с медленным вытягиванием трубы конечной длины из грунта представлен в первой главе монографии Т. Рашидова [6]. Однако изложение этого вопроса содержит некоторые неточности. Главная из них состоит в том, что теория опыта нахождения названного коэффициента (k_z) предполагает деформацию образца при сопротивлении грунта, между тем, как найденное значение для k_z соответствует случаю жесткой (недеформируемой) трубы (сделанное на с. 19 упомянутой монографии предположение о том, что для малого аргумента перемещение частицы (сечения) трубы служит линейной функцией координаты, является спорным; перемещение для малого аргумента, как видно из точного решения ([6], формула (I.3.30)), является квадратичной функцией аргумента и учет только первого члена приводит к одинаковым перемещениям всех точек образца).

Наконец, не выяснен принципиальный вопрос о том, в каких условиях описанный опыт определяет коэффициент продольного взаимодействия трубопровода и грунта в сейсмической задаче, а именно: коэффициент пропорциональности касательных напряжений на поверхности трубы его относительным перемещениям (а не самим перемещениям трубы как в несейсмических задачах).

В силу важности упомянутых вопросов дано подробное изложение описанного метода опытного определения коэффициента взаимодействия, устраняющее отмеченные недостатки. В том числе получена формула для k_z во втором приближении, учитывающая влияние продольной деформации трубы на коэффициент взаимодействия.

Определение коэффициента продольного взаимодействия трубопровода и грунта в опытах с образцами труб конечной длины. Пусть труба конечной длины l заложена в грунт (зарыта в траншею на глубине H) так, что один ее конец выходит на свободное пространство (разрез OO' на рис. 4). Принимая точку O за начало координат, направим ось цилиндрической системы вдоль трубы вправо, при этом второй конец трубы имеет координату $z = -l$. Пусть на конце трубы $z = 0$ приложена продольная (в направлении оси Ox) сила N_0 . Под действием этой силы сечения трубы – стержня получают продольные перемещения u_r , а частицы окружающего грунта, вовлекаемого в движение перемещением трубы, получают продольное перемещение u_r . Считая на поверхности трубы выполненным условие прилипания, обозначим одинаковое перемещение сечения трубы и прилегающих частиц грунта через

$$u(z) = u_r(x) = u_r(r, z)|_{r=D/2}, \quad (A.1)$$

где D – внешний диаметр трубы.

Когда труба вытягивается из грунта, сила N_0 , приложенная на конце $z = 0$, уравнивается суммой касательных напряжений на внешней (боковой) поверхности трубы, возникающих из-за сопротивления (деформации) грунта. В случае линейно-упругого грунта (как следует из общих представлений решения линейной краевой задачи) указанное касательное напряжение пропорционально перемещению $u(z)$, т.е.

$$\tau(z) = -k_z u(z). \quad (A.2)$$

Входящий в равенство (A.2) коэффициент k_z называется коэффициентом продольного взаимодействия (или продольного сдвига) трубопровода. Закон (A.2) принят в работах о сейсмических движениях подземного трубопровода [1, 5, 6, 25 – 28] (по аналогии с таким же

законом для наземных сооружений) задолго до его теоретического обоснования путем постановки и решения связанных задач сейсродинамики [8 – 10, 21, 29, 30].

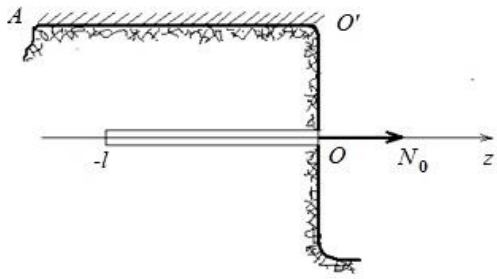


Рис. 4. Схематическое изображение опыта по определению коэффициента взаимодействия трубопровода и грунта

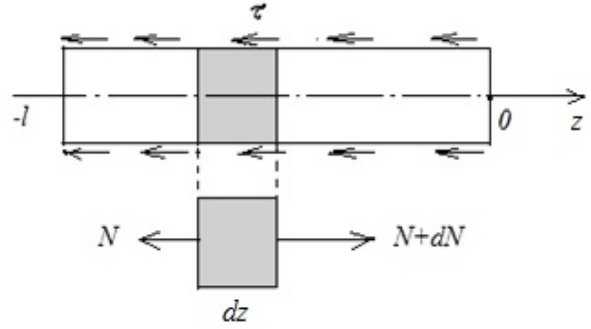


Рис. 5. К выводу уравнения равновесия элемента вытягиваемой из грунта трубы

Считаем процесс «вытягивания» трубы из грунта квазистатическим, т.е. настолько медленным, что можно пренебречь инерционными силами. Выпишем в указанных выше предположениях условие равновесия произвольного элемента dz трубы (рис. 5):

$$\frac{dN}{dz} = \pi D k_z u. \quad (\text{A. 3})$$

Поскольку $N = ES \, du/dz$ (здесь E – модуль Юнга материала трубы, а S – площадь поперечного сечения трубы), из (A.3) получаем

$$u'' - \alpha^2 u = 0. \quad (\text{A. 4})$$

В уравнении (A.4) штрих означает дифференцирование по аргументу z и

$$\alpha^2 = \frac{\pi D k_z}{ES} \approx \frac{k_z}{Ed}. \quad (\text{A. 5})$$

Приближенное выражение для α^2 в (A.5) верно, когда толщина стенки трубы $d \ll D$ (тогда площадь поперечного сечения трубы $S \approx \pi D d$).

В опытах на определение коэффициента взаимодействия k_z удобно на конце $z = 0$ задавать перемещение, а не силу; второй конец трубы $z = -l$ будем считать свободным. Таким образом, к уравнению (A.4) заданы краевые условия

$$\left(\frac{du}{dz} \right) \Big|_{z=-l} \equiv u'|_{z=-l} = 0, u|_{z=0} = u_0. \quad (\text{A. 6})$$

Решение краевой задачи (A.4), (A.6) легко находится и записывается в виде

$$u(z) = u_0 (\text{th} \alpha z + \text{ch} \alpha z). \quad (\text{A. 7})$$

По известным перемещениям (A.7) определяются продольные напряжения в упругом стержне-трубе

$$\sigma(z) = E \frac{du}{dz} = E u_0 \alpha (\text{th} \alpha z + \text{ch} \alpha z) \quad (\text{A. 8})$$

в любом сечении z , в частности, на конце $z = 0$:

$$\sigma_0 = \sigma(0) = E u_0 \alpha \text{th} \alpha l. \quad (\text{A. 9})$$

По напряжению (A.9) легко вычисляется сила N_0 на конце $z = 0$, вызывающая перемещение u_0 этого конца (и перемещения (A.7) в трубе), а именно:

$$N_0 = \sigma_0 S = (ES \alpha \text{th} \alpha l) u_0. \quad (\text{A. 10})$$

Как видно из теоретического равенства (A.10), в случае упругого грунта и упруго деформируемой трубы имеет место линейная зависимость между силой, прилагаемой на вытягиваемом из грунта конце трубы, и перемещением этого конца. Следовательно, при тех же упругих свойствах грунта и трубы в опытах также должна иметь место (по крайней мере, приближенно) линейная зависимость N_0 от u_0 (до момента отрыва грунта от поверхности трубы). Пусть эта опытная зависимость имеет вид

$$N_0 = B u_0. \quad (\text{A. 11})$$

Сравнивая теоретическую зависимость (А.10) с опытной (А.11) для одной и той же силы N_0 , получаем с учетом (А.5) равенство

$$\frac{k_z}{\alpha l \operatorname{cth} \alpha l} = \frac{B}{\pi D l}. \quad (\text{А. 12})$$

Таким образом, если в описанном ранее опыте найдена константа B , то равенство (А.12) представляет собой следующее трансцендентное уравнение относительно k_z (или χ) в силу зависимости (А.5) между α и k_z :

$$\frac{\chi}{\operatorname{cth} \chi} = \left(\frac{B}{\pi D l} \right) \frac{l^2}{E d}, \chi \equiv \alpha l = l \sqrt{\frac{k_z}{E d}}. \quad (\text{А. 13})$$

Нахождение коэффициента k_z из (А.13) в первом приближении при $\chi = \alpha l \ll 1$. Удерживая в (А.13) в разложении гиперболического котангенса при малом аргументе только первый член, т.е. полагая $\operatorname{cth} \chi \approx \chi^{-1}$, получаем

$$k_z^{(1)} = \frac{B}{\pi D l} = \frac{N_0}{\pi D l u_0}. \quad (\text{А. 14})$$

Легко убедиться, что та же формула (А.14) для коэффициента продольного взаимодействия получается, если трубу считать недеформируемой (абсолютно жестким телом). Из формулы (А.7) видно, что в первом приближении перемещения всех сечений трубы одинаковы: $u(z) = u_0$. Поэтому введенное в [6] рассмотрение среднего перемещения и формул, с ним связанных, не имеет смысла.

Второе приближение для k_z (учитывающее деформацию трубчатого образца). Для более точного вычисления коэффициента продольного взаимодействия трубопровода учтем и второй член в разложении гиперболического котангенса для малого аргумента в (А.13), т.е. примем

$$\operatorname{cth} \chi \approx \frac{1}{\chi} + \frac{\chi}{3}.$$

Тогда из (А.13) имеем

$$k_z^{(2)} = \frac{k_z^{(1)}}{1 - k_z^{(1)} \frac{l^2}{3 E d}}, \quad (\text{А. 15})$$

где через $k_z^{(1)}$ обозначено значение коэффициента продольного взаимодействия трубы и грунта в первом приближении, определенное формулой (А.14) и не учитывающее деформацию трубы. Из выражения (А.15) видно, что, поскольку αl или $l^2 / (E d)$ считается малой величиной, то учет продольной деформации трубы несколько увеличивает значение коэффициента взаимодействия.

Определение коэффициента продольного взаимодействия трубопровода и грунта в опытах с длинными трубами. Пусть длина трубы, вытягиваемой в опыте из грунта, такова, что безразмерный параметр αl является большим, в пределе будем его считать бесконечно большим, что эквивалентно вытягиванию из грунта полубесконечной трубы. В этом случае решения для продольных перемещений и напряжений в трубе получаются из формул (А.7), (А.8), если в них перейти к предельному переходу при $l \rightarrow \infty$, что приводит к результату

$$u(z) = u_0 e^{\alpha z}, \sigma(z) = E \alpha u_0 e^{\alpha z}, (-\infty < z < 0). \quad (\text{А.16})$$

Из решения (А.16) и соотношения (А.2) следует, что касательное напряжение, действующее на боковой поверхности трубы при ее вытягивании из грунта, равно

$$\tau(z) = -k_z u_0 e^{\alpha z}.$$

Следовательно, результирующая сила, действующая со стороны грунта на трубу, определяется выражением

$$F = -\pi D k_z u_0 \int_{-\infty}^0 e^{\alpha z} dz = -\frac{\pi D u_0}{\alpha} k_z. \quad (\text{A.17})$$

Эта сила уравнивается силой «вытягивания» трубы из грунта N_0 , приложенной к концу трубы $z = 0$ и измеряемой в опыте как (A.11), т.е. $F + N_0 = 0$. Подставляя в последнее уравнение выражения (A.11), (A.17) и используя равенства (A.5) для α^2 , получаем окончательно значение коэффициента продольного взаимодействия трубы и грунта в виде

$$k_z = \frac{B^2}{\pi D E S} = \left(\frac{B}{\pi D}\right)^2 \cdot \frac{1}{E d}. \quad (\text{A.18})$$

Полученная формула (A.18) дает точное значение для коэффициента k_z через измеряемую в опыте величину B , в отличие от формул (A.14), (A.15), дающих приближенные значения для этого коэффициента в опытах с образцами труб конечной длины.

Об определении коэффициента продольного взаимодействия грунта и трубопровода в сейсмической задаче. Для того, чтобы прийти к правильным условиям проведения опытов на определение коэффициента взаимодействия в сейсмической задаче, обратим внимание на следующее важное обстоятельство. Над заглубленной в грунт на некоторую глубину трубой (см. рис. 4) находится поверхность Земли, которая до сих пор считалась, хотя это и не было оговорено явно, находящейся в "естественном" состоянии, т. е. свободной от напряжений. Если теперь предположить, что сформулирована краевая задача для грунта, то в ней будет только одно ненулевое краевое условие – продольное смещение трубы u . Следовательно, в предположении, что грунт является линейно упругим (или материалом с линейными свойствами), все величины, в том числе и касательное напряжение на поверхности трубопровода $\tau \equiv \sigma_{rz}|_{r=D/2}$ являются, в соответствии с принципом линейной суперпозиции, линейными функциями u , как и принято в соотношении (A.2). Те же рассуждения сохраняют силу и когда глубина заложения трубы значительно превышает диаметр трубы ($H/D \rightarrow \infty$) и труба считается вытягиваемой из полупространства, поскольку и в этом случае в краевой задаче для грунта на бесконечности ставится «нулевое краевое условие»: естественное условие затухания решения на бесконечности ($r \rightarrow \infty$).

Поэтому в задачах, где имеется только одно ненулевое краевое условие (на одной из границ), как, например, в задачах, рассмотренных в работах [23, 24], в которых продольные перемещения трубы вызваны изменением температуры металла стенок трубы или укорочением отрезков трубопровода в результате действия внутреннего давления, касательные напряжения на поверхности трубопровода пропорциональны продольным перемещениям трубы и коэффициент этой пропорциональности (коэффициент взаимодействия) определяется описанными выше опытами.

В отличие от этого в задачах о сейсмических колебаниях трубопровода краевые условия на внешних границах – поверхности Земли [8–10, 29]) или на бесконечности (при $r \rightarrow \infty$) – не являются нулевыми. А именно: на этих удаленных от трубы границах движение грунта определяется движением в заданной сейсмической волне. Предположим, что сейсмическая волна распространяется вдоль трубопровода (в направлении оси z) и является продольной, в которой перемещения грунта определяются функцией $u_0 = u_0(c_1 t - z)$, где c_1 – скорость распространения объемных волн в упругом грунте, а t – время. Тогда, представляя продольные перемещения в грунте в виде $u_r = u_0 + \tilde{u}_r$, где $\tilde{u}_r = u_r - u_0$ – есть относительное продольное перемещение грунта (перемещение относительно возмущенного волной u_0 грунта), получаем, что на поверхности трубы касательное напряжение определяется равенством

$$\tau(z) = -k_z \tilde{u}_r(z),$$

поскольку в волне u_0 отсутствуют касательные напряжения: $\tau_0 = \mu \partial u_0 / \partial r \equiv 0$ (μ – модуль сдвига упругого грунта). Таким образом и в сейсмической задаче для касательных напряжений на поверхности трубы имеет место такая же формула, что и (A.2), только с заменой

в ней продольного перемещения грунта на относительное продольное перемещение.

Представим теперь и перемещения трубы в виде $u_T = u_0 + \tilde{u}_T$, где $\tilde{u}_T = u_T - u_0$ — есть относительное продольное перемещение трубы. Тогда условие прилипания на поверхности трубы запишется в таком же виде, как (А.1), только для относительных перемещений грунта и трубы, т.е. в виде $\tilde{u}(z) = \tilde{u}_T(z) = \tilde{u}_T(r, z)|_{r=D/2}$; здесь $\tilde{u}(z)$ есть общее относительное перемещение сечений трубы и частиц грунта, примыкающих к поверхности трубы. Что касается дифференциального уравнения равновесия трубы, то выписанное через относительное перемещение $\tilde{u}(z)$ оно имеет такой же вид, как и (А.4), если опыты проводятся с короткими образцами труб, длина которых значительно меньше длины сейсмической волны ($l/\lambda \ll 1$), поскольку в этом случае на длинах порядка l перемещения в сейсмической волне u_0 мало изменяются и, следовательно, $d^2u_0/dz^2 \approx 0$ (указанное не означает, что труба является недеформируемой).

Следовательно, результаты, полученные ранее применительно к коротким (в сравнении с длиной волны) трубам распространяются и на сейсмическую задачу. Однако при этом, в соответствии с изложенным ранее, в опытах на определение константы B *внешние границы грунта* (поверхность Земли над трубопроводом (АО' на рис. 4) или цилиндрическая поверхность, коаксиальная поверхности трубы, если краевые условия сносятся на эту поверхность) *должны быть жестко закреплены*, т.е. должно быть обеспечено равенство нулю перемещений грунта на этих поверхностях. Только когда константа B определена в опытах с выполнением названных условий, формулы (А.14) и (А.15) дают (в первом и втором приближениях) правильные значения коэффициента продольного взаимодействия грунта и трубопровода, имеющего в сейсмической задаче смысл коэффициента пропорциональности между касательными напряжениями на поверхности трубопровода и относительным продольным смещением трубы, под которым понимается разность между абсолютным перемещением трубы в произвольном сечении и частиц грунта в сейсмической волне вдали от трубопровода в том же сечении.

Упомянутое условие жесткого закрепления внешней границы грунта (поверхности Земли) в опытах по определению коэффициента взаимодействия с заглубленными в грунт образцами (трубами) можно считать приближенно выполненным (и без специальных мероприятий по его обеспечению), если образцы (трубы) зарыты на глубину, значительно (на порядок или более) превышающую их диаметр, что следует из принципа Сен-Венана в случае линейно-упругого грунта.

Отметим, что для применимости результатов опытов к сейсмической задаче те же условия на внешних границах грунта должны выполняться и когда опыты проводятся на установках, описанных в работах [6, 25]. Однако в этих работах специфика сейсмической задачи для грунта, в которой на двух границах (поверхности трубы и внешней границе) имеются ненулевые краевые условия, не обсуждалась.

Наконец, небыл интересно выяснить, какое значение имеет выполнение "закона" пропорциональности касательных напряжений на поверхности трубопровода (или силы взаимодействия трубопровода с грунтом) относительному перемещению. Как выяснено в работе [29] и отмечено в настоящей статье, в случае линейной краевой задачи (когда грунт и материал трубопровода являются линейно-упругими) названные касательные напряжения и сила взаимодействия выражаются в виде линейных функций от краевых условий (падающей волны w_{0z} и перемещения трубопровода $\mathcal{U}$), т.е., например,

$$\sigma_{rz} = k_1 w_{0z} + k_2 \mathcal{U}. \quad (\text{А.19})$$

Такая более общая линейная зависимость (с двумя константами k_1 и k_2) не усложняет теоретическое исследование и решение задачи о сейсмических колебаниях трубопровода, поскольку и в этом случае уравнения (А.10) и (А.29) остаются линейными. Однако факт пропорциональности напряжений σ_{rz} относительному перемещению, когда $k_2 = -k_1 \equiv k_z$, су-

щественно упрощает экспериментальное исследование закона взаимодействия, сводя задачу всего к одной определяемой из опыта константе (или к одной функции в случае линейно-вязкоупругого грунта).

В. Вычисление средних (или усредненных) скоростей распространения волн в периодических сегментных трубопроводах с демпфирующими стыками

Зачастую отсеки трубопровода для придания большей гибкости на изгиб или кручение соединяют на стыках сложными узлами, содержащими демпфирующие элементы из резины или мягкого металла. Возможные варианты конструктивного решения для стыков трубопровода с демпфирующей частью приведены, например, в гл. 12 монографии [14] и в работе [31]. Решение сейсмической задачи для такой неоднородной структуры, пусть даже и периодической, является сложным. Однако задачу о колебаниях неоднородной структуры (сегментного трубопровода с демпфирующими стыками) можно свести к задаче о колебаниях однородного трубопровода со средней (или усредненной) скоростью распространения продольных волн. Приведенные в работе [1] и в монографии [9] разъяснения о нахождении средней стержневой скорости в трубопроводе с демпфирующими стыками не проясняют этот вопрос в достаточной мере, а полученная формула для средней скорости, строго говоря, неверна.

Ограничиваясь в качестве образца случаем демпфирующего стыка, испытывающего сдвиг, приведем вывод формулы для средней (или усредненной) скорости распространения продольных возмущений в таком сегментном трубопроводе. Упрощенной моделью упомянутого стыка является раструбное соединение труб, когда одна из соединяемых труб имеет в конце расширение (раструб). Ровный конец второй трубы входит в раструб, образуя зазор величины δ (рис. 6). В этот зазор вплавлен или в нем плотно закреплен цилиндрок шириной l_2 из мягкого металла, резины или другого демпфирующего материала. Таким образом, при продольном движении соединенных труб относительно друг друга в цилиндрическом слое демпфирующего материала имеют место сдвиговые деформации (рис. 6).

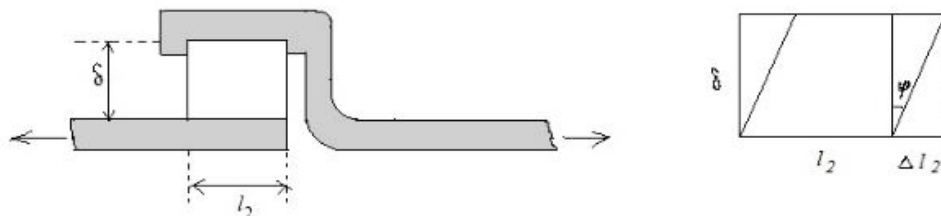


Рис. 6. Схематическое изображение демпфирующего стыка, работающего на сдвиг

Вычислим удлинение звена (сегмента) трубопровода длиной $L = l_1 + l_2$ ($l_2 \ll L$), состоящего из прямолинейного участка трубы длиной l_1 и рабочей части стыка длиной l_2 (сам трубопровод считается состоящим из периодически повторяющихся звеньев описанного типа). Если обозначить через $\langle \varepsilon \rangle$ среднюю деформацию звена, то при продольных движениях трубопровода удлинение сегмента L равно (в предположении малости деформаций)

$$\Delta L = \langle \varepsilon \rangle L = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \varepsilon_{11} l_1 + \delta \operatorname{tg} \varphi \approx \varepsilon_{11} l_1 + \delta \varphi = \varepsilon_{11} l_1 + \varepsilon_{12} \delta = \frac{\sigma_{11}}{E_1} l_1 + \frac{\tau}{G_2} \delta \quad (\text{В. 1})$$

В формуле (В.1) ε_{11} и σ_{11} – соответственно продольная деформация и продольное напряжение в части l_1 трубы, ε_{12} – сдвиговая деформация демпфирующего цилиндрика (рис. 6) и τ – касательное напряжение на его внешней боковой поверхности. Кроме того, E_1 и G_2 обозначают модуль Юнга и модуль сдвига материалов трубы и демпфера соответственно (индексы подчеркивают, что это упругие константы разных материалов). Отметим, что при вычислении (В.1) "удлинение" конца трубы l_2 , входящей в раструб, считается происходящим за счет сдвига в демпфирующем цилиндре (см. рис. 6).

Используем теперь условие равновесия элемента трубопровода, содержащего стык,

а именно: тот факт, что сила $N = F_1\sigma_{11}$, действующая в поперечном сечении трубы, уравновешивается суммарными касательными напряжениями $\pi\tilde{D}l_2\tau$, возникающими на внешней боковой поверхности демпфирующего цилиндрика (в приведенных выражениях F_1 означает площадь поперечного сечения трубы внешнего диаметра D , а $\tilde{D} = D + 2\delta$ – есть внутренний диаметр раструба). Тогда равенство (В.1) преобразуется в следующее:

$$\langle \varepsilon \rangle L = \frac{\sigma_{11}}{E_1} l_1 + \frac{\tau}{G_2} \delta = \frac{N}{F_1 E_1} l_1 + \frac{N}{\pi \tilde{D} l_2 G_2} \delta. \quad (\text{В.2})$$

Полагая в (В.2) $\langle \varepsilon \rangle = \sigma_{11}/\langle E \rangle = N/(F_1 \langle E \rangle)$ и разделив обе части этого равенства на N и L , получаем из (В.2) соотношение между жесткостями при продольной деформации звена (трубы со стыком) $B = F_1 \langle E \rangle$ и трубы $B_1 = F_1 E_1$ в виде

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_1} \frac{l_1}{L} + \frac{\delta}{\pi \tilde{D} l_2 G_2 L}, \quad B = \frac{B_1}{l_1/L + B_1 \cdot \delta / (\pi \tilde{D} l_2 G_2 L)}. \quad (\text{В.3})$$

При $l_2/L \ll 1$ и $\delta/D \ll 1$ (тогда $l_1/L \approx 1$, $\tilde{D} = D(1 + 2\delta/D) \approx D$ и $B < B_1$) формула (В.3) для B совпадает с полученной в монографии Т. Рашидова [6] (если исправить неточности, содержащиеся при определении жесткости B , названной, приведенной и обозначенной в [6] через $B_{\text{пр}}$: например, не определенную в тексте константу k в формуле (II.6.1) заменить на K_N).

Если ρ – есть линейная плотность трубы, а ρ' – линейная плотность материала демпфирующего цилиндра, то легко определяется средняя или усредненная линейная плотность $\langle \rho \rangle$ трубы со стыком. Пусть, как и прежде, F_1 – есть площадь поперечного сечения трубы, F_2 – площадь поперечного сечения демпфирующего цилиндра и F_3 – площадь поперечного сечения уширенной части второй трубы (раструба) на стыке, тогда

$$\langle \rho \rangle = \frac{\rho l_1 + \rho l_2(1 + F_3/F_1) + \rho' F_2/F_1}{L} = \rho + \frac{\rho l_2 F_3/F_1 + \rho' F_2/F_1}{L}. \quad (\text{В.4})$$

При толщине стенки трубы, равной d , входящие в формулу (В.4) площади поперечных сечений определяются формулами

$$F_1 = \pi D(1 - d/D)d, \quad F_2 = \pi D(1 + \delta/D)\delta, \quad F_3 = \pi D(1 + 2\delta/D + d/D)d \quad (\text{В.5})$$

В случае d и δ много меньших диаметра D (что на практике обычно имеет место) из (В.5) следует, что $F_2 \approx F_1 \cdot \delta/d$, $F_3 \approx F_1$ и формула для средней линейной плотности звена трубопровода упрощается и принимает вид

$$\langle \rho \rangle = \rho + \left(\rho + \frac{\delta}{d} \rho' \right) \frac{l_2}{L} \quad (\text{В.6})$$

(Отметим, что в наших работах [30, 32] в формуле, аналогичной (В.6), допущена ошибка, а именно: пропущен множитель δ/d перед ρ').

Обратимся теперь к вопросу определения средней (или усредненной) скорости распространения продольных возмущений в звене (трубы с раструбным стыком) или в трубопроводе, состоящем из набора таких звеньев. Можно предполагать, что эта скорость дается формулой

$$\langle c \rangle \equiv c = \sqrt{\frac{B}{\langle \rho \rangle F_1}}. \quad (\text{В.7})$$

При этом, в силу вытекающих из (В.3) и (В.4) неравенств $B < B_1$, $\langle \rho \rangle > \rho$, имеем $c < c_1$, где $c_1 = \sqrt{B_1/(\rho F_1)} = \sqrt{E_1/\rho}$, т. е. при наличии демпфирующих стыков стержневая скорость трубопровода уменьшается.

Аналогичная (В.7) формула для средней скорости, полученная в статье [5] и приведенная также в монографии [6], вместо $\langle \rho \rangle$ содержит величину $\rho_{\text{пр}}$, для которой не дано никакого выражения. Указано лишь, что эта "приведенная" плотность, помноженная на площадь поперечного сечения трубы, является "эффективной массой единицы ее длины",

которая "несколько больше действительной за счет присоединенной массы грунта". Однако, как объяснено нами в работе [33], никакой присоединенной массы в классическом (Стоксовом [34]) понимании этого термина при продольных движениях трубопровода в грунте не существует, и потому фактически скорость распространения возмущений в трубопроводе с демпфирующими стыками в работах [5, 6] не определена.

Изложенные выше рассуждения (на "инженерном" уровне) не являются строгим выводом формулы (В.7). Строгий ее вывод путем исследования колебаний двухкомпонентной периодической структуры по методу Е.А. Ильюшиной дан нами в работах [30, 32].

Чтобы количественно оценить эффект демпфирующей прокладки на стыках рассмотрим пример стального трубопровода, имеющего сложные стыки с резиновыми элементами. Механические характеристики стали и резины, необходимые для вычисления скоростей распространения продольных волн в таких неоднородных структурах взяты из монографии Г. Кольского [35]; эти данные, пересчитанные в систему единиц СИ, приведены в таблице.

Примем, что трубопровод, состоящий из стальных труб длиной $L = 5$ м, имеет трубное соединение на стыках с демпфирующими резиновыми прокладками шириной $l_2 = 0.05$ м, тогда $l_1 = 4.95$ м. Пусть наружный диаметр труб $D = 0.61$ м, толщина их стенок составляет $d = 0.01$ м. Для зазора в раструбных соединениях, а значит и для толщины резинового демпфирующего цилиндра, работающего на сдвиг, примем значение $\delta = 0.01$ м. В принятых значениях (для d, δ, D) $\tilde{D} \approx D$ и, согласно (В.5), $F_3 \approx F_2 \approx F_1$. Вычисленное по формулам (В.2) – (В.4) с использованием данных таблицы, значение средней стержневой скорости трубопровода равно $c = \langle c \rangle \approx 721$ м/с.

Механические константы материалов сегментного трубопровода

Материал	Плотность $\rho \times 10^3, \text{ кг/м}^3$	Модуль Юнга $E, \text{ Па}$	Модуль сдвига $G, \text{ Па}$	Стержневая скорость $c, \text{ м/с}$
Сталь	7.8	$21.1 \cdot 10^{10}$	$8.1 \cdot 10^{10}$	5190
Резина	0.93	$2.0 \cdot 10^6$	$0.7 \cdot 10^6$	46

Полученная скорость значительно меньше скорости распространения продольных волн в однородной стальной трубе (см. таблицу) и может быть меньше скорости распространения сейсмических волн в некоторых типах грунта [36, табл. 5.1] и особенно в горных породах [37, гл. 9]. Тем самым подтверждается возможность возникновения сверхзвукового режима, введенного в работе [5], и в случае не наклонного распространения продольной сейсмической волны вдоль сегментного трубопровода с демпфирующими стыками.

ЛИТЕРАТУРА

- 1) Sakurai A., Takahashi T. Dynamic stress of underground pipelines during earthquakes // Proc. 4th World Conf. Earthq. Engng. Chile: Santiago, 1969. P. 81-95. https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/4_vol2_B4-81.pdf.
- 2) Ханетваридзе III. Г. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. М.: Госстройиздат, 1959. – 216 с.
- 3) Newmark N. H. Problems in wave propagation in soil and rock // Proc. Int. Symp. on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials. Univ. of New Mexico press. USA, New Mexico, 1968. P. 7 – 26.
- 4) Нормы проектирования атомных станций: НП 031–01. М., 2001. Приложение 6. Основные положения расчета линейно-протяженных конструкций. С. 23–25.
- 5) Ильюшин А. А., Рашидов Т. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. № 1. С. 37–42.
- 6) Рашидов Т. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: ФАН, 1973. – 180 с.
- 7) Исраилов М. III. Связанные задачи сейсмодинамики трубопровода // Вестник Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 1996. № 5. С. 41 – 45.
- 8) Israilov M. Sh. Seismodynamics of an underground pipeline // Proc. of the 15-th World Conf. on Earthq. Engng., Lissabon, Portugal. 2012. P. 2125. WCEE2012_2125.pdf.
- 9) Георгиевский Д. В., Исраилов М. III. Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений и грунтов: постановки задач и автомодельные решения // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 4. С. 138 – 151.
- 10) Исраилов М. III. Связанные сейсмические колебания трубопровода в бесконечной упругой среде // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. С. 57 – 66.

- [11] Kuesel T. R. Earthquake design criteria for subways // J. Struct. Div. Proc. Am. Soc. Civil Eng. (ASCE). 1969, **95**. P. 1213-1231.
- [12] Kouretzis G. P., Bouckovalas G. D., Gantes C. J. 3-D shell analysis of cylindrical underground structures under seismic shear(S) wave action // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2006. **26**. P. 909–921.
- [13] Kouretzis G. P., Bouckovalas G. D., Karamitros D. K. Seismic verification of long cylindrical underground structures considering Rayleigh wave effects // Tunneling and Underground Space Technology. 2011, N **26**. P. 789–794.
- [14] O' Rourke M. J., Liu X. Response of buried pipelines subject to earthquake effects // Publ. Multidisciplinary Center for Earthq. Engng. Res. (MCEER). Buffalo: Univ. of Buffalo press, 1999. – 250 p.
- [15] Окамото Ш. Сейсмостойкость инженерных сооружений. М.: Стройиздат, 1980.
- [16] Исраилов М. Ш., Мардонов Б., Рашидов Т. Р. Сейсмодинамика подземного трубопровода при неидеальном контакте с грунтом: влияние проскальзывания на динамические напряжения // ПМТФ. Vol. 57. 2016. № 6. С. 189 – 196.
- [17] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
- [18] Lebedev N. N. Special functions and their applications. London: Prentice-Hall Inc., 1965. – 308 p.
- [19] Кэй Д., Лэби Т. Справочник физика экспериментатора. М.: Изд-во иностр. лит.-ры, 1949. – 300 с.
- [20] Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г. Механика глубинных подземных взрывов. М.: "Мир", 1966. – 126 с.
- [21] Исраилов М. Ш. О гипотезе Ильюшина в сейсмодинамике подземных сооружений // Упругость и неупругость. Мат-лы Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 105-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2016. С. 323–328.
- [22] Ince E. L. Ordinary differential equations. L.: Longmans, Green and Co. LTD, 1927.
- [23] Аронов Р. И. Действительные условия работы конструкций стальных трубопроводов // Труды ВНИИСтройнефть. Вып. V. М.; Л.: Гостехтопиздат, 1953. С. 54–72.
- [24] Емельянов Л. М. О продольных напряжениях в подземных газопроводных трубах // Труды ВНИИГаз "Вопросы добычи, транспорта и переработки природных газов". М.; Л.: Гостехтопиздат, 1951. С. 177 – 212.
- [25] Рашидов Т., Хожметов Г. Х. Сейсмостойкость подземных трубопроводов. Ташкент: Фан, 1985. – 154 с.
- [26] Рашидов Т. Дифференциальное уравнение колебания подземного трубопровода при землетрясении // Докл. АН УзССР. 1962. № 9. С. 10–12.
- [27] Рашидов Т. Исследование работы подземных трубопроводов при землетрясении // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1962. № 5. С. 44–52.
- [28] Рашидов Т. Зависимость коэффициента равномерного сдвига трубопровода от глубины заложения трубопровода // Докл. АН УзССР. 1962. № 12. С. 16–18.
- [29] Исраилов М. Ш. Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений: границы применимости инженерных подходов и неправомерность аналогии с наземными сооружениями // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2017. № 1. С. 55 – 59. DOI: 10.37153/2618-9283-2017-1-55-59.
- [30] Исраилов М. Ш. Идеи А.А. Ильюшина в сейсмодинамике протяженных подземных сооружений и их современное развитие // Упругость и неупругость. Мат-лы Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 110-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2021. С. 399–409.
- [31] Melissianos V. Buried steel pipelines with flexible joints under faulting. Doctoral thesis. Athens: National Technical Univ. of Athens. 2016. – 200 p.
- [32] Исраилов М. Ш., Смирнова Л. Н. Вычисление скоростей распространения волн в сегментных трубопроводах с демпфирующими стыками // Сейсмическое строительство. Безопасность сооружений. 2020. № 2. С. 3–17. DOI: 10.37153/2618-9283-2020-2-3-17.
- [33] Исраилов М. Ш., Носов С. Е. О некоторых некорректных представлениях в сейсмодинамике протяженных подземных сооружений // Упругость и неупругость. Мат-лы Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 110-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2021. С. 400–417.
- [34] Stokes G. G. On some cases of fluid motion // Stokes G.G. Mathematical and Physical Papers. Vol. 1. N.-Y., London: Johnson Reprint Corporation, 1966. – 328 p. P. 17–68.
- [35] Кольский Г. Волны напряжения в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 192 с.
- [36] Prasad B. B. Fundamentals of soil dynamics and earthquake engineering. Delhi: PHI Learning, 2013. – 566 p.
- [37] Clark S. P. (Ed.). Handbook of physical constants. N.-Y.: Geol. Soc. of America, Inc., 1966. – 588 p.

Дата поступления
10.06.2022

М.Ш. Исраилов. Ер ости қувирига сейсмик тўлқин таъсири

Аннотация: Текис сейсмик тўлқинлар бурчак остида таъсиридан келиб чиққан қувур ва грунтнинг стационар ва ностационар ҳаракати тадқиқ қилинган. Бурчак остида таъсир қилаётган тўлқинни бўйлама ва қўндаланг тўлқинлар кўринишида ифодалаш мумкинлиги, таъсир этувчи тўлқинга нисбатан қувур ўқи бўйлаб тарқалувчи тўлқин тезлиги юқорилиги кўрсатилган. Эластик грунт ва қувурнинг биргаликдаги тебранма ҳаракати ҳақидаги боғлиқлик масаласининг қўйилиши берилган. Ташиқ масаланинг олинган аналитик ечими, илгари таклиф этилган эмпирик боғлиқликларга нисбатан грунт учун қувур ва грунт орасидаги ўзаро таъсир кучининг назарий тенгламасига келтирилган. товуш тезлигидан юқори ва товуш тезлигигача режимларда қувур учун ечимларнинг ҳолати жуда фарқли характерда фарқ қилиши кўрсатилган, зилзалабардошликка ҳисоблашларда ҳисобга олиш кераклиги асосланган. Тажриба орқали аниқланадиган қувурга грунтнинг таъсири эффектини ҳисобга олувчи “ўзаротаъсир модели” бўйича шу каби масалаларнинг қўйилишидаги фаразлар ва ечимидаги камчиликлар тўғриланган.

Калим сўзлар: сеймик тўлқин; ер ости қувири; тебранишининг боғлиқлиги.

M.Sh. Israilov. The action of a seismic wave on an underground pipeline

Abstract: Stationary and non-stationary movements of the pipeline and soil caused by oblique incidence of a plane seismic wave are studied. It is shown that an oblique wave can be represented as several longitudinal and transverse waves propagating along the pipeline with velocities greater than the speed of the incident wave. The statement of the related problem of joint longitudinal vibrations of elastic soil and pipeline is given. It has been established that the obtained analytical solution of the external problem for the soil leads to a theoretical expression for the force of interaction between the pipeline and the soil, with respect to which empirical relationships were previously proposed. It is substantiated that the solutions for the pipeline in supersonic and subsonic modes demonstrate a significantly different nature of their behavior, which should be taken into account in seismic resistance calculations. Significant inaccuracies were corrected in the formulation and solution of similar problems according to the "interaction model", which takes into account the effect of soil on the pipeline through experimentally determined functions.

Keywords: seismic waves; underground pipeline; related fluctuations.

УДК 539.3

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ПОДЗЕМНОГО ТРУБОПРОВОДА С ГРУНТОМ**

Мардонов Б.М., Мирзаев И., Хожметов Г.Х.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РВз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: batsam@list.ru*

Аннотация: Обсуждены вопросы определения коэффициента упругого взаимодействия между трубопроводом и окружающим его грунтом. Решением статической линейной задачи о перемещениях трубы в грунте при действии заданной силы на одном из ее торцов, когда известна экспериментально определенная зависимость сила – перемещение на торце, определены перемещения точек трубы по ее продольной оси. Приведены формулы для вычисления коэффициента упругого взаимодействия по упругим характеристикам грунта, а также влияние наличия свободной (дневной) поверхности грунта на распределение этого коэффициента от полярного угла.

Ключевые слова: подземный трубопровод; закон взаимодействия; коэффициент взаимодействия.

Математическое моделирование поведения подземных сооружений под воздействием сейсмических волн приводит к решению трехмерной нестационарной задачи. Трехмерная постановка задачи связана с наличием дневной поверхности, поэтому математическая постановка двумерных и одномерных задач требует обоснования правомерности. Для исследования динамических процессов в подземных протяженных трубопроводах используется одномерная модель трубопровода с различными законами его взаимодействия с грунтом. Одномерная модель трубопровода применима для сравнительно длинных волн, каковыми являются сейсмические волны от землетрясений. Определение закона взаимодействия между трубопроводом и грунтом различного типа должно опираться на результаты экспериментальных исследований.

В последнее время появились статьи [1, 2], посвященные вопросам правомочности применения обобщенной классической модели Винклера–Фойгта для решения задач статики и динамики сложных систем подземных деформируемых трубопроводов. Автор [1, 2] утверждает, что экспериментально установленные зависимости между перемещением недеформируемого тела типа, например, фундамента сооружения, и действующей на него силой нельзя применять для деформируемого тела (трубопровода). Следует отметить, что вышеуказанные зависимости в случае модели Винклера–Фойгта использованы для решения задач статики балок и деформируемых трубопроводов, например, в работах [3, 4], а также динамической стационарной задачи колебаний балки на упругом основании в работе [5]. Отметим, что представленные автором статей [1, 2] решения относятся к стационарным задачам обтекания бесконечного подземного трубопровода продольной волной без учета влияния свободной поверхности. Считаем, что такая постановка задач является несколько идеализированной и далека от реальной ситуации, поскольку результаты полученных решений затруднительно сравнивать с экспериментальными данными. Здесь более интересно, на

наш взгляд, детальнее провести сравнение результатов, полученных автором [1, 2], с экспериментальными данными, для установления значения отношения длины волн к длине трубопровода, при котором результаты расчетов по классической модели мало отличаются от предложенной в [1, 2].

Как известно, контактная сила взаимодействия системы «упругий стержень – окружающая среда» в отличие от системы «недеформируемое тело – окружающая среда», как показывает анализ экспериментальных исследований [6–8], в зависимости от механических свойств стержня и среды, условий контакта и величины действующего усилия законы взаимодействия между трубопроводом и грунтом могут иметь различный характер. Проведенные экспериментальные исследования [9 – 11] показали, что зависимость касательного напряжения, устанавливающего эту закономерность, от деформации сдвига носит нелинейный характер и зависит от скорости нагружения. На эту зависимость, как показано в работе [9], также влияет величина динамического давления за фронтом волны. Оценка влияния отношения скоростей распространения продольных волн в грунтовой среде и материале трубопровода изучена в работах [9, 12–14]. Исследование особенностей формирования и распространения волн в трубопроводе под воздействием сейсмической волны при законе взаимодействия по модели «идеально упругопластического тела» проведено в [15]. Динамическая устойчивость подземных трубопроводов рассмотрена в [13, 16, 17].

В настоящей статье предлагается формула для вычисления коэффициента упругого взаимодействия трубопровода с грунтом по заданным механическим характеристикам грунта, в предположении его деформирования по модели упругого тела. Проводится оценка влияния глубины заложения трубопровода на коэффициент взаимодействия.

Метод. При малых значениях действующего усилия на поверхности контакта стержня со средой отсутствует проскальзывание, и взаимное смещение контактирующих тел происходит за счет деформации в области контакта. С ростом усилия контактная сила увеличивается, и наступает момент, при котором некоторые сечения стержня будут находиться в состоянии проскальзывания, где силу контакта можно определить, например, в соответствии с законом Кулона.

Экспериментальное определение коэффициента продольного взаимодействия k_x трубы с грунтом проводилось следующим образом.

Установка (рис. 1) засыпается грунтом до необходимой высоты с послойным уплотнением. Толщина каждого слоя во всех случаях ~ 0.1 м. Горизонтальность расположения трубы устанавливается нивелиром. Через несколько суток вырывается траншея, подготавливается основание и в него укладывается труба. При повторении опытов трубу раскапывали и укладывали заново таким же способом. Продольное усилие P измерялось с помощью динамометра, а перемещения – индикаторами часового типа в передней и задней частях трубы (рис. 2).

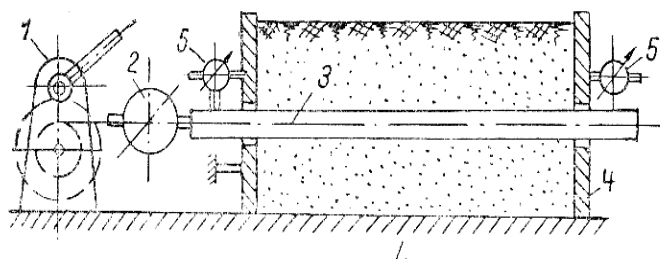


Рис. 1. Схема установки для проведения экспериментов:
1 – лебедка; 2 – динамометр; 3 – труба; 4 – грунт;
5 – индикатор

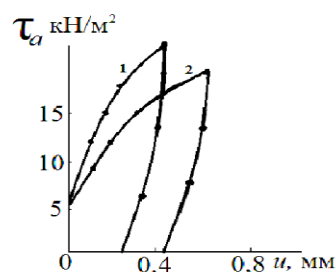


Рис. 2. Диаграмма взаимодействия чугунной трубы ($D_H=0,169$ м) с песком: 1 – $H=0.6$ м; 2 – $H=0.4$

Длина трубы во всех опытах была равна l , при этом следует заметить, что $l \ll L$, где

L – длина сейсмической волны. Обычно длина сейсмической волны вычисляется по формуле $L=C_p \cdot T$. Здесь C_p – скорость распространения продольной сейсмической волны, значение которой для различных грунтов колеблется в пределах 100–5000 м/с. Период сейсмической волны T , по записям ускорений различных землетрясений, находится в пределах 0,1–1 с. Следовательно, длина сейсмической волны в зависимости от свойств грунта может находиться в пределах от 100 до 300 м. Длина l трубы в различных опытах была равна 2–3 м, намного меньше L . На рис. 2 приведены результаты отдельных опытов, где $\tau_a = P/\pi D_n l$, u – среднее значение показания передних и задних индикаторов.

Рассмотрим задачу о равновесии упругого стержня длиной l , когда в каждой его точке не достигается состояние скольжения, а, следовательно, сила трения за единицу длины стержня не максимальна:

$$|\tau_*| < fN,$$

где N – нормальная сила на единицу длины стержня, Н/м; f – коэффициент трения. Тогда можно полагать

$$\tau_* = \lambda(x) fN \quad \text{при } -1 < \lambda < 1,$$

где λ – величина, называемая коэффициентом полноты [12]. Ось Ox направлена вдоль оси стержня, начало координат установлено в сечении $x=0$. Уравнение равновесия стержня записывается в виде

$$S \frac{d\sigma}{dx} = -\lambda(x) fN. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) при действии осевого усилия P_1

$$S\sigma = P_1 \quad \text{при } x = l$$

можно представить в виде

$$\sigma = \frac{fN}{S} \int_x^l \lambda(x) dx + \sigma_1. \quad (2)$$

Здесь $\sigma = E du/dx$ – осевое напряжение, где $u = u(x)$ – осевое перемещение; E – модуль Юнга материала стержня; $\sigma_1 = P_1/S$, где S – площадь поперечного сечения стержня.

Полагая в формуле (2) $x=0$, найдем напряжение в сечении $x=0$

$$\sigma_0 = \frac{fN}{S} \int_0^l \lambda(x) dx + \sigma_1. \quad (3)$$

Из формулы (2) видно, что задача об определении напряжения в произвольном сечении стержня сводится к решению интегрального уравнения (1) рода относительно так называемого коэффициента полноты $\lambda(x)$, которое с одним и тем же значением усилий $P_0 = S\sigma_0$ и P_1 имеет множество решений, поэтому значение напряжения по формуле (3) определяется неоднозначно. Если будет известен коэффициент полноты $\lambda(x)$, то напряжение по формуле (3) определяется однозначно. При этом для каждого частного случая коэффициент полноты необходимо определять из физических условий на поверхности контакта, а также характера движения, предшествовавшего покою. Некоторые виды этих физических условий на поверхности контакта при отсутствии взаимного проскальзывания между контактирующими телами рассматривались в теории предварительного смещения [12]. Обозначим через $u_{\max}$ максимальное смещение сечения стержня перед срывом, а через $|\tau_{\max}^*| = fN$ – максимальное значение контактной силы, размерностью Н/м, за единицу длины стержня. В первом приближении полагаем $|\tau_{\max}^*| = k(N)\pi Du$. Если предположить, что нормальная сила меняется мало вдоль оси стержня, то можно принять $k(N) = k_1 = \text{const}$, Н/м³. Максимальное значение $u_{\max}$ соответствует максимальному значению силы трения $|\tau_{\max}^*| = fN$, т.е. $u_{\max} = fN / \pi D k_1$, м.

В данной статье ограничимся принципиальной стороной решения задачи о равновесии стержня в случае линейной зависимости силы контакта от перемещения u , где в урав-

нении (1) коэффициент полноты принят $\lambda = -k_1 u \pi D / fN$. Уравнение равновесия стержня записываем в виде

$$S \frac{d\sigma}{dx} = \pi D k_1 u \text{ при } 0 < x < l. \quad (4)$$

Для интегрирования уравнения (4) считаем, что на торец стержня $x = l$ действует осевое усилие P_1 . При этом торец $x = 0$ свободен, т.е.

$$\sigma = 0 \text{ при } x = 0, \quad (5)$$

$$\text{или } \frac{du}{dx} = 0 \text{ при } x = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (4) при указанных выше граничных условиях имеет вид

$$u = \frac{P_1}{ES} \frac{ch(\alpha x)}{\alpha sh(\alpha l)}, \quad (7)$$

здесь $sh(z)$ и $ch(z)$ – гиперболические функции синуса и косинуса, $\alpha = \sqrt{\frac{\pi D k_1}{ES}}$.

Решение (7) однозначно определяется при заданном значении коэффициента k_1 . Экспериментальное определение этого коэффициента в произвольном сечении трубопровода связано с определенными трудностями, поскольку в них необходимо одновременно измерить перемещение сечения трубопровода и действующего в этом сечении продольного усилия. По этой причине полагаем, что существует экспериментально установленная зависимость между приложенной силой P_1 и средним перемещением между сечениями $x = 0$ и $x = l$, $u_{cp} = [u(0) + u(l)]/2$, т.е. полагаем, что имеет место зависимость

$$P_1 = F(u_{cp}). \quad (8)$$

Из равенства (7) находим u_{cp} и подставим в экспериментальную зависимость $P_1 = F(u_{cp})$, тогда получаем

$$u_{cp} = \frac{F(u_{cp})(1 + ch \alpha l)}{2ES \alpha sh \alpha l}. \quad (9)$$

Поскольку зависимость (8) установлена экспериментально, то она характеризует изменение среднего перемещения торцов трубопровода при действии заданного продольного усилия, поэтому равенство (9) служит трансцендентным уравнением для определения величины α . Минимальный корень этого уравнения $\alpha = \alpha_1$ позволяет вычислить коэффициент продольного сдвига на поверхности трубопровода по формуле

$$k_1 = \alpha_1^2 \frac{ES}{\pi D}.$$

Из условия $|\lambda(x)| < 1$ следует, что для реализации взаимодействия трубопровода по линейному закону для величин α_1 должно выполняться условие

$$\alpha_1 < \sqrt{\frac{fN}{ESu_1}}. \quad (10)$$

Неравенство (10) служит условием выбора корня уравнения (9). Из уравнения (9) находим выражение для продольного усилия $F(u_1)$ при $\alpha = \alpha_1$, и записываем формулу (7) в виде

$$u = 2u_{cp} \frac{ch \alpha_1 x}{(1 + ch \alpha_1 l)}.$$

Нарушение условия (10) указывает на реализацию других законов взаимодействия, в частности, возможность появления зоны скольжения, связанную с законом сухого трения Кулона.

Рассмотрим частный случай. Пусть экспериментальная зависимость (8) имеет линейный вид

$$P_1 = k_0 u_{cp}.$$

Для определения величины $\alpha = \alpha_1$ из (9) получим трансцендентное уравнение

$$2\beta sh \beta - \gamma(1 + ch \beta) = 0, \quad (11)$$

где $\beta = \alpha_1 l$, $\gamma = k_0 l / ES$. Наибольший корень этого уравнения должен удовлетворять условию

$$\beta < \beta_k = \sqrt{\frac{f N l^2}{E S u_1}}.$$

Равнодействующая касательной силы на поверхности трубопровода вычисляется по формуле

$$T = \int_0^l k_1 \pi D u d\xi S \int_0^{\beta} \frac{d\sigma}{d\xi} d\xi = S \sigma(1) = 2 u_{cp} \frac{ES \beta k(\beta)}{l (1 + ch\beta)}.$$

Эта сила уравнивается с действующей на торец продольной силой $P_1 = k_0 u_{cp}$, т.е. следует полагать $T = P_1$, из которого получаем уравнение относительно β

$$\gamma = \frac{2\beta sh\beta}{(1 + ch\beta)}, \quad (12)$$

совпадающее с (11).

Расчеты были проведены для стального трубопровода ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) внешним диаметром $D = 0.2$ м, толщиной $\delta = 0.005$ м и различной глубиной укладки h . Плотность грунта принято $\rho = 2000$ кг/м³. Нормальная сила за единицу длины трубопровода вычислялась по формуле $N = \rho g \pi D h$, коэффициент трения $f = 0.4$. Перемещение торца принято $u_0 = 0.001$ м. В расчетах использованы полученные в работе [9] экспериментальные данные зависимости k_0 от глубины укладки h , аппроксимированные функцией

$$k_0 = A \exp[n(h - h_0)], \quad h_0 < h < h_1. \quad (13)$$

В таблице представлены значения k_1 (Н/м³) для различных показателей параметра A и глубины укладки h . Расчеты выполнены для $l = 4$ м, $h_0 = 0.3$ м, $h_1 = 1.5$ м, $n = 0.3$ м⁻¹.

Значения коэффициентов продольного сдвига k_0 (Н/м), k_1 (Н/м³) и полноты $\lambda_1 = \lambda(l)$ для различных глубин укладки h (м) и значений параметра A (Н/м)

$A = 2 \cdot 10^6$, Н/м										
h , м	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6$, Н/м	2.00	2.15	2.32	2.50	2.70	2.91	3.13	3.38	3.64	4.92
$k_1 \cdot 10^6$, Н/м ³	0.80	0.86	0.92	1.00	1.08	1.16	1.25	1.35	1.45	1.35
λ_1	0.33	0.27	0.23	0.21	0.19	0.18	0.17	0.17	0.17	0.16
$A = 6 \cdot 10^6$, Н/м										
h , м	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6$, Н/м	6.00	6.46	6.97	7.51	8.10	8.73	9.41	10.01	11.0	14.8
$k_1 \cdot 10^6$, Н/м ³	2.40	2.58	2.78	3.00	3.23	3.50	3.75	4.05	4.40	4.05
λ_1	1.00	0.81	0.70	0.63	0.58	0.55	0.53	0.51	0.50	0.50
$A = 10^7$, Н/м										
h , м	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.5
$k_0 \cdot 10^6$, Н/м			11.0	11.6	12.2	12.8	13.5	14.9	15.0	18.2
$k_1 \cdot 10^6$, Н/м ³			4.43	4.65	4.90	5.15	5.41	5.70	6.00	5.70
λ_1			1.00	0.93	0.85	0.78	0.73	0.69	0.66	0.60

Из анализа табличных данных следует, что увеличение глубины укладки трубопровода в грунте приведет к росту значений коэффициентов продольного сдвига k_0 , k_1 и снижению коэффициента полноты λ_1 . Кроме того, для глубины укладки $h = 0.3$ м установлено предельное значение параметра $A = 6 \cdot 10^6$, Н/м, при котором коэффициент полноты принимает значение $\lambda_1 = 1$. Это указывает на начало отрыва в сечении $x = l$ поверхности трубопровода от грунтовой среды, причем дальнейший рост значения этого параметра приведет к отрыву от грунта в последующих сечениях трубы.

На рис. 3 представлены зависимости осевого напряжения σ (МПа) вдоль оси трубопровода для двух данных параметра A и различных глубин укладки трубопровода в грунте. Видно, что напряжения по оси трубопровода растут по линейному закону, и рост глубины укладки и значения параметра A приведет к увеличению напряжения в сечениях трубы.

При определении коэффициента жесткости k_1 была использована модель предварительного смещения, предложенная в работе [12], где не рассматривается контактная задача

между трубопроводом и окружающей его грунтовой средой. Отсутствие решения этой задачи, как отмечалось выше, приводит к неопределенности, сводящей к решению интегрального уравнения первого рода для определения функции полноты $\lambda(x)$.

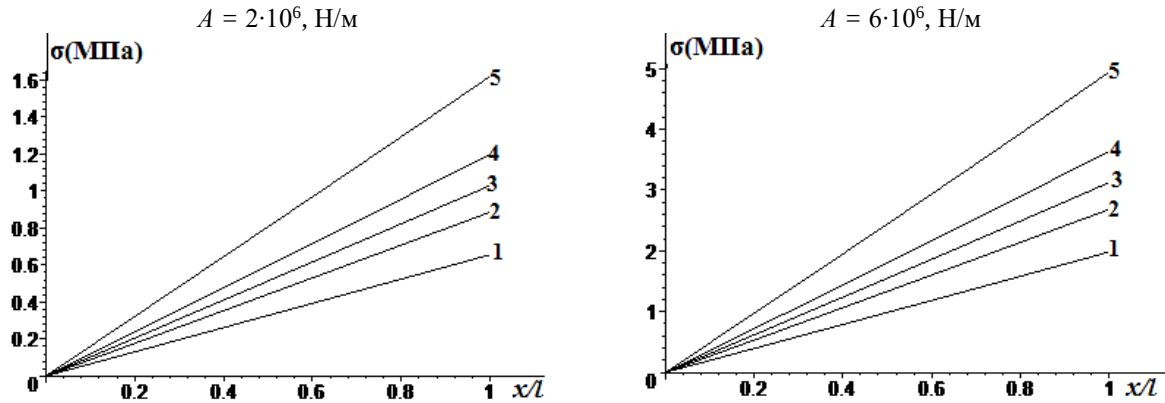


Рис. 3. Графики распределения осевого напряжения по длине трубопровода в зоне контакта без скольжения для двух значений параметра A (Н/м) и глубины укладки h (м):
 $1 - h = 0.3$; $2 - h = 0.7$; $3 - h = 0.9$; $4 - h = 1.1$; $5 - h = 1.5$

Если использовать модель упругой среды для цилиндрического слоя при чистом сдвиге с неподвижной внешней границей радиусом R , то можно получить закон изменения перемещения частиц по толщине слоя

$$w = \frac{\ln(r/R)}{\ln(a/R)} u(x).$$

Касательное напряжение вдоль поверхности трубопровода выражается формулой

$$\tau = \mu \frac{dw}{dr} = \frac{\mu u(x)}{a \ln(a/R)}, \quad (14)$$

где μ – модуль сдвига грунтовой среды; a – внешний радиус трубопровода. Тогда уравнение равновесия (4) принимает вид

$$S \frac{d\sigma}{dx} = -\pi D \tau = \frac{\pi D \mu}{a \ln(R/a)} u(x). \quad (15)$$

Сравнивая правые части уравнений (4) и (15), получим

$$k_1 = \frac{\mu}{a \ln(R/a)}. \quad (16)$$

Формулу (16) можно использовать в качестве теоретического способа определения коэффициента k и провести сравнение с экспериментальным значением. Видно, что коэффициент зависит от модуля сдвига грунта и обратно пропорционален величине логарифма отношения радиуса трубопровода к внешнему радиусу слоя грунта.

Случай учета влияния свободной границы упругого полупространства рассмотрен в работе [14], где для касательного напряжения получено выражение

$$\tau(r, \theta) = \mu \left[\frac{\partial w_1}{\partial r_1} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{r - 2R \sin \theta}{\psi(r, \theta)} \right].$$

Здесь (r, θ) – полярные координаты с центром на оси трубопровода, $R = h - a$,

$$\frac{\partial w_1}{\partial r_1} = \frac{u(x)}{r \ln(R/a)}, \quad \frac{\partial w_2}{\partial r_2} = \frac{u(x)}{\psi(r, \theta) \ln(R/a)}, \quad \psi = \sqrt{r^2 - 4Rr \sin \theta + 4R^2}.$$

Коэффициент продольного сдвига в рассматриваемом случае зависит от полярного угла θ и вычисляется по формуле (где $\bar{R} = R/a$):

$$k_2 = k_1 \left[1 + \frac{1 - 2\bar{R} \sin \theta}{1 - 4\bar{R} \sin \theta + 4\bar{R}^2} \right]. \quad (17)$$

На рис. 4 представлены зависимости отношения k_2/k_1 от полярного угла для левой

части поверхности трубопровода при различных значениях отношения $\bar{R}$. Прямая линия $k_c = 1$ соответствует случаю отсутствия свободной границы грунта.

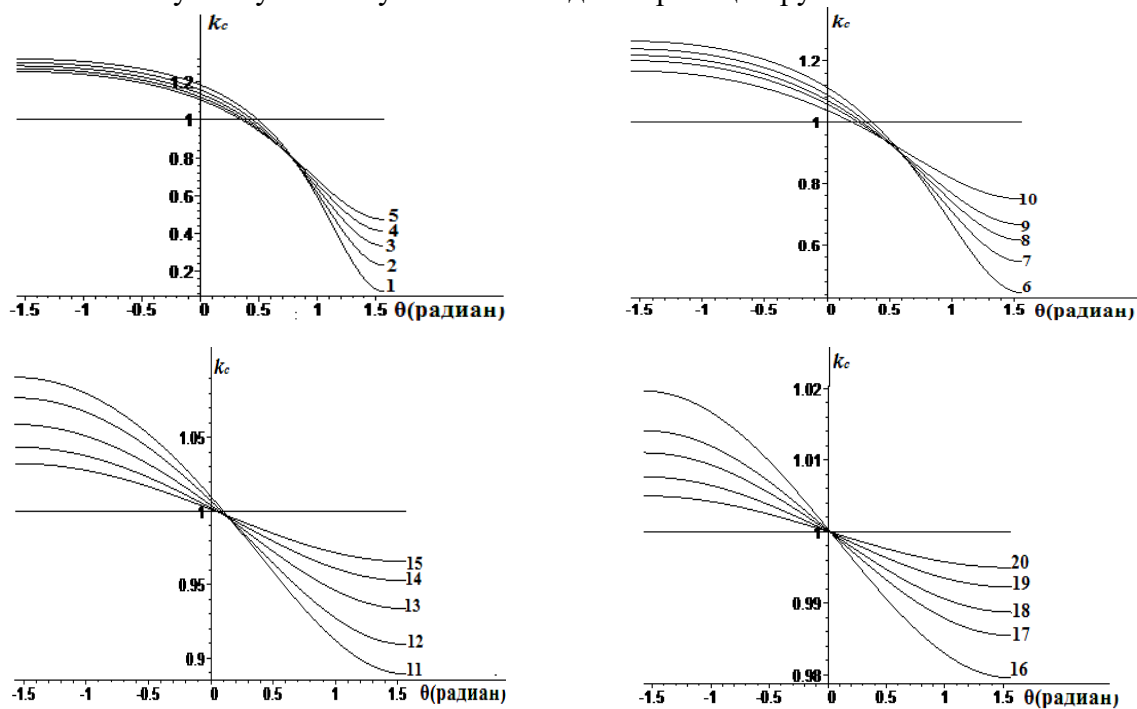


Рис. 4. Кривые зависимости коэффициента продольного сдвига от полярного угла θ для различных значений отношения $\bar{R}$: 1– $\bar{R}=1.05$; 2– $\bar{R}=1.15$; 3– $\bar{R}=1.25$; 4– $\bar{R}=1.35$; 5– $\bar{R}=1.45$; 6– $\bar{R}=1.4$; 7– $\bar{R}=1.6$; 8– $\bar{R}=1.8$; 9– $\bar{R}=2$; 10– $\bar{R}=2.5$; 11– $\bar{R}=5$; 12– $\bar{R}=6$; 13– $\bar{R}=8$; 14– $\bar{R}=11$; 15– $\bar{R}=15$; 16– $\bar{R}=25$; 17– $\bar{R}=35$; 18– $\bar{R}=45$; 19– $\bar{R}=65$; 20– $\bar{R}=100$

Из рис. 4 видно, что кривые распределения коэффициента k_c по дуге окружности имеют возрастающие и падающие участки $-\pi/2 < \theta_0$, $\theta_0 < \theta < \pi/2$, симметрично расположенные относительно точки, близкой началу координат, что указывает на рост и снижение этого коэффициента на этих участках. Осредненное значение коэффициента продольного сдвига на поверхности трубопровода можно вычислить по формуле

$$k_c = k_1[1 + J(\bar{R})],$$

где
$$J = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 - 2\bar{R} \sin \theta}{1 - 4\bar{R} \sin \theta + 4\bar{R}^2} d\theta.$$

Расчетами установлено, что $J \ll 1$ при $\bar{R} > 1$, поэтому можно полагать $k_c \approx k_1$.

Учет свободной поверхности (см. рис. 4) влияет на характер распределения коэффициента взаимодействия по полярному углу. Осреднение значения его по этому углу указывает на то, что при глубине укладки трубопровода $h > 2a$ влияние свободной поверхности на коэффициент продольного сдвига может отражаться через давление грунта на трубопровод.

Заключение

1. Формирование контактной силы взаимодействия деформируемого трубопровода с окружающим грунтом существенно зависит от свойства грунтовой среды, выражающегося через экспериментальный коэффициент k_0 .

2. При отсутствии модели окружающего трубопровода грунта и решения соответствующей внешней контактной задачи наиболее достоверным остается экспериментально возможный способ определения зависимости между действующей на торец продольной силы и перемещением сечения этого торца, поскольку эта зависимость содержит первичные данные о физико-механических свойствах грунта, вблизи контактной поверхности трубопровода.

3. На заключение автора статей [1, 2] по поводу использования коэффициентов упругого отпора грунтового основания в расчетах фундаментов (жестких тел) сооружений для описания законов взаимодействия трубопровода с грунтом, следует отнестись с осторожностью, поскольку вывод сделан на основании решения задачи колебаний для бесконечного трубопровода. На значение коэффициента взаимодействия влияют не только свойства грунта и длина трубопровода, но и глубина его заложения. Отсутствуют экспериментальные данные, позволяющие оценить опытным путем влияние длины волны и геометрии трубопровода на формирование коэффициента продольного сдвига k_1 .

4. Учет свободной поверхности упругой среды приводит к криволинейному характеру закона распределения коэффициента продольного сдвига по дуге окружности. Осреднение его значения по этому углу указывает на то, что при глубине укладки трубопровода $h > 2a$ влияние свободной поверхности на коэффициент продольного сдвига может отражаться через давление грунта на трубопровод.

5. Для инженерных расчетов при действии длинных сейсмических волн можно использовать коэффициент k_1 , определенный опытным путем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Исраилов М.Ш.* О гипотезе Ильющина в сейсмодинамике подземных сооружений // Упругость и неупругость. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2016. С. 323–328.
- [2] *Исраилов М.Ш.* Сейсмодинамика протяженных подземных сооружений: граница применимости инженерных подходов и неправомерность аналогии с наземными сооружениями // Сейсмостойкое строительство и безопасность специальных сооружений. Научно-технический журнал. М., 2017. №1. С. 54–58.
- [3] *Бородавкин П.П.* Механика грунтов в трубопроводном строительстве. М.: Недра, 1986. – 224 с.
- [4] *Вольмир А.С.* Устойчивость упругих систем. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 878 с. <https://dwg.ru/lib/1986>.
- [5] *Муравский Г.Б.* Действие движущейся системы сил на балку, лежащую на упругом основании // МТТ. Изв. АН СССР. 1975. № 3. С. 190–195.
- [6] *Ильющин А.А., Рашидов Т.Р.* О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. №1. С. 37–42.
- [7] *Рашидов Т.Р.* Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан, 1973.
- [8] *Рашидов Т.Р., Хожметов Г., Мардонов Б.* Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом. Ташкент: Фан, 1975. – 176 с. <https://search.rsl.ru/ru/record/01006968274>.
- [9] *Султанов К.С.* Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. Ташкент: Фан, 2016. – 392 с.
- [10] *Массарш К.Р.* Деформационные свойства мелкозернистых грунтов на основе показателей сейсмических испытаний. // Реконструкция городов и геотехническое строительство. 2005. № 9. С. 203–220.
- [11] *Massarsh K.R.* Stress-Strain of Clays // 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. San Francisco Proceeding. Vol. 2. 1985. P. 571–574.
- [12] *Кузнецов Е.А., Горюховский Г.А.* Фрикционное взаимодействие тел с позиций механики твердого тела // Трение и износ. 1980. Т.1. №4. – 638 с.
- [13] *Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И.* Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Книга 1. Ташкент: Навруз, 2019. – 268 с.
- [14] *Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., Мирзаев И.* Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Книга 2. Ташкент: Навруз, 2021. – 172 с.
- [15] *Mirzaev I., Shomurodov J.F.* Wave processes in an extended underground pipeline interacting with soil according to the model of an ideal elastoplastic body Journal of Physics: Conference Series, 2021. 1902(1). 012017.
- [16] *Sultanov K., Vatin N.* Wave theory of seismic resistance of underground pipelines // Applied Sciences, Vol. 11(4). 2021. P. 1–28.
- [17] *Окамото Ш.* Сейсмостойкость инженерных сооружений: Пер. с англ. М.: Стройиздат, 1980. – 342 с.

Дата поступления
01.06.2022

Б.М.Мардонов, И.Мирзаев., Г.Х. Хожметов. *Ер ости қувурларининг грунт билан ўзаро таъсири параметрларининг назарий қийматлари*

Аннотация: *Ер ости қувурининг грунт билан ўзаро таъсирининг эластиклик коэффициентини аниқлаш масалалари муҳокама қилинган. Грунтда жойлашган қувурнинг бир томонига куч таъсир қилгандаги эксперимент орқали аниқланган куч – қувур силжиши муносабат маълум бўлганда чизиқли статик масалани ечиш орқали қувурнинг ўқи бўйлаб нуқталарининг кўчиши аниқланган. Грунтнинг механик хоссалари бўйича ўзаро таъсир коэффициентини ҳисоблаш учун формула келтирилган. Қувур грунтда маълум чуқурликда жойлашганда, кучланишлардан эркин сирт мавжудлиги ўзаро таъсир коэффициентининг поляр координата бўйича тақсимланиши келтирилган.*

Калит сўзлар: *ер ости қувурлари; ўзаро таъсир қонуни; ўзаро таъсир коэффициенти.*

B.M. Mardonov, I. Mirzaev, G.Kh. Khojmetov. Theoretical values of parameters of interaction of underground pipeline with soil

Abstract: Issues of determining the coefficient of elastic interaction between the pipeline and the soil surrounding it were discussed. By solving the static linear problem of pipe displacements in the soil under the action of a given force at one of its ends, when the experimentally determined dependence force - displacement at the end is known, the displacements of pipe points along its longitudinal axis are determined. Formulas are given for calculating the coefficient of elastic interaction according to the elastic characteristics of the soil, as well as the influence of the presence of a free (daytime) soil surface on the distribution of this coefficient from the polar angle.

Keywords: underground pipeline; law of interaction; interaction coefficient.

УДК 536. 01

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЙ РЕГУЛЯТОРА СКОРОСТИ

Сидиков М.Н., Косимов Ш.С.

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,

Алмалыкский филиал, Узбекистан

E-mail: mansur106@mail.ru

Аннотация: Рассмотрены вопросы существования стационарного движения и устойчивость движения одного из видов фрикционного регулятора с центробежными шарами. Изложено о реализации программного движения с помощью параметра управления, который представляет собой силу, приложенную к подвижному колесу. Из условия динамичности выявлен явный вид управляющего параметра. Созданы достаточные условия устойчивости стационарного движения. Для конкретного вида программного движения получены численные результаты, которые представляют собой перемещение центра масс подвижного колеса в направлении оси вращения.

Ключевые слова: стационарное движение; устойчивость; управление; стабилизация.

Введение. Существует проблема регулирования скорости движения различных механизмов, применяемых в технологических процессах, таких как перемоточные машины, где требуется изменение угловой скорости валов по определенному закону. Регуляторы скорости позволяют установить оптимальный скоростной режим и регулировать угловую скорость на ходу, а также обладают малой шумностью и вибрацией. Имеется множество видов регуляторов скорости, таких как лобовые, конусные и т.д. Особый интерес представляют динамика регулятора, вопросы устойчивости и стабилизации движений, реализации программного движения, а также кинематических связей. Основной целью данной статьи является вопрос реализации программных движений в фрикционных регуляторах скорости с учетом характеристики двигателя, а также синтез управления, которое реализует заданное движение. В отличие от классической постановки регулирования с помощью центробежных шариков в качестве управления берется горизонтальная сила, действующая на промежуточное колесо.

Регулятор скорости как механическая система представляет собой систему с кинематической связью. Для таких систем вопросы динамики, устойчивости частных движений, а также стабилизация движения решаются в рамках общей теории неголономных систем [1–3]. Существует множество работ, касающихся динамики регулятора [3–9] с центробежным механизмом, где рассмотрены вопросы существования частных решений и устойчивости движения. Вопросы стабилизации и оптимальной стабилизации стационарных движений рассмотрены в работах [4–7], где задача сводится к определению решений дифференциальных уравнений относительно коэффициентов положительно определенной квадратичной формы или присоединению к уравнениям освобожденной системы от условных связей уравнений регулятора. В работах [8–9] исследуется влияние деформируемости промежуточного колеса в области контакта на устойчивость стационарного движения. При этом движение промежуточного колеса в продольном направлении осуществляется за счет упругих деформаций. В качестве модели качения рассмотрена модель М.В. Келдыша. Следует отметить, что недостатками фрикционного регулятора являются достаточно большие нагрузки на валы, буксование, что приводит к изнашиванию регулирующего колеса, а также условия реализации кинематических связей.

Методы. Рассмотрим динамику движения одного из видов фрикционного регулятора скорости под действием вращающих моментов, приложенных к входному и выходному валам (рис. 1). При этом предполагается, что между регулирующим колесом и конусом в продольном направлении проскальзывание отсутствует, т. е. на механическую систему, кроме геометрической связи $\rho - 2l \sin \beta = c$, также наложена кинематическая связь, представляющая собой отсутствие проскальзывания точки контакта P в поперечном направлении, которая имеет вид

$$r_1 \dot{\omega}_1 = (r_2 + \rho \sin \alpha) \dot{\omega}_2. \quad (1)$$

Как известно [1–2], для составления уравнений движения механических систем с геометрическими и кинематическими связями удобно пользоваться уравнениями П.Аппеля. В качестве независимых переменных примем угол β между горизонтальной осью O_2O_3 и прямой O_3A_1 , а также угол поворота конуса φ_2 . Энергия ускорения системы имеет вид

$$S = \frac{1}{2} m_1 \dot{\rho}^2 + \frac{1}{2} J_1 (\dot{\omega}_1^2 + \omega_1^4) + \frac{1}{2} J_1 (\dot{\omega}_2^2 + \omega_2^4) + m_3 W_3^2. \quad (2)$$

Так как в классической постановке регулирование осуществляется с помощью шариков, ускорение точечного шарика представляет собой геометрическую сумму ускорений в сложном движении:

$$\vec{W}_3 = \vec{W}_B + \vec{W}_r + \vec{W}_k.$$

Проектируя составляющие полного ускорения на координатные оси, связанные с шариком, будем иметь следующее:

$$\begin{aligned} W_x &= l \sin \beta \dot{\omega}_2 + 2l \omega_2 \dot{\beta} \cos \beta, \\ W_y &= l \dot{\beta}^2 + l \omega_2^2 \sin \beta, \\ W_z &= l \ddot{\beta} - l \omega_2^2 \sin \beta \cos \beta. \end{aligned}$$

Соответственно

$$W_3^2 = (l \sin \beta \dot{\omega}_2 + 2l \omega_2 \dot{\beta} \cos \beta)^2 + (l \dot{\beta}^2 - l \omega_2^2 \sin \beta \cos \beta)^2 + (l \dot{\beta}^2 + l \omega_2^2 \sin \beta)^2.$$

С учетом кинематической связи (1) энергия ускорения примет вид:

$$\begin{aligned} S &= 2l^2 m_1 (\sin \beta \ddot{\beta} + \cos \beta \dot{\beta}^2)^2 + \frac{1}{2} J_1 \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \dot{\omega}_2 + \frac{\sin \alpha \dot{\rho}}{r_1} \omega_2 \right)^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\omega}_2^2 + \\ &+ m_3 \left((l \sin \beta \dot{\omega}_2 + 2l \omega_2 \dot{\beta} \cos \beta)^2 + (l \dot{\beta}^2 - l \omega_2^2 \sin \beta \cos \beta)^2 \right) + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\rho = 2l \cos \beta$, $\dot{\rho} = -2l \sin \beta \dot{\beta}$; m_1 , m_2 , m_3 – соответственно масса диска с валом, масса конуса и масса шарового груза; J_1 , J_2 – моменты инерции диска и конуса относительно оси вращения; $O_3A = l$ – длина стержня.

Обобщенные силы, соответствующие независимым переменным φ_2 , β , определяются через элементарные работы на виртуальных перемещениях:

$$\begin{aligned} \delta A_\varphi &= M_1(\omega_1) \delta \varphi_1 + M_2 \delta \varphi_2 = M_1(\omega_1) \frac{r_2 + \rho \sin \beta}{r_1} \delta \varphi_2 + M_2 \delta \varphi_2 = \\ &= \left(M_1(\omega_1) \frac{r_2 + \rho \sin \beta}{r_1} + M_2 \right) \delta \varphi_2 = Q_{\varphi_2} \delta \varphi_2 \Rightarrow Q_{\varphi_2} = M_1(\omega_1) \frac{r_2 + \rho \sin \beta}{r_1} - M_2, \\ \delta A_\beta &= -(c_1(\rho - \tilde{\rho}_0) + c_2(x - \tilde{x}_0)) \delta \beta, \end{aligned}$$

или с учетом геометрической связи $\rho - x = \rho - 2l \cos \beta = c$ имеем

$$\delta A_\beta = -(c_1(\rho - \tilde{\rho}_0) + c_2(x - \tilde{x}_0)) \delta \beta = 2l \left(c_1(\rho - \tilde{\rho}_0) + 2lc_2(\sin \beta - \sin \tilde{\beta}_0) \right) \sin \beta \delta \beta.$$

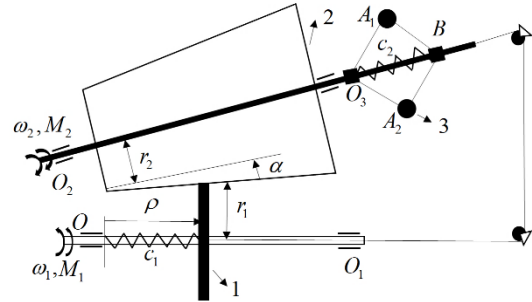


Рис. 1. Динамика движения фрикционного регулятора

Отсюда получим $Q_\beta = 2l \left(c_1(\rho - \tilde{\rho}_0) + 2lc_2(\sin \beta - \sin \tilde{\beta}_0) \right) \sin \beta$, где c_1, c_2 – жесткости пружин; $\tilde{\rho}_0, \tilde{x}_0 = 2l \sin \beta_0$ – длина пружин в недеформируемом положении. Зависимость момента $M_1(\omega_1)$ от угловой скорости ω_1 является достаточно естественной, так как к валу 1 части подводится электродвигатель, где характеристики зависят от угловой скорости.

Уравнения движения в независимых переменных имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & J_1 \left(\left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right)^2 + J_2 + 2m_3 l^2 \sin^2 \beta \right) \dot{\omega}_2 + 2l\omega_2(m_3 l \sin 2\beta - \\ & - J_1 \left(\left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{\sin \alpha \sin \beta}{r_1} \right) \dot{\beta} = M_1 \left(\omega_2 \frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} - M_2, \quad (4) \\ & l(2m_1 \sin^2 \beta + m_3) \ddot{\beta} + 2m_1 l \sin \beta \cos \beta \dot{\beta}^2 - m_3 \omega_2^2 l \sin \beta \cos \beta = \\ & = \left(c_1(\rho - \tilde{\rho}_0) + 2lc_2(\cos \beta - \cos \tilde{\beta}_0) \right) \sin \beta, \end{aligned}$$

где $M_1 = M_1(\omega_1)$, $M_2 = M_{20} = \text{const}$ – моменты, приложенные к валам диска и конуса.

Нетрудно убедиться, что уравнения движения допускают частное движение, которое соответствует стационарному движению (относительное равновесие):

$$\beta = \beta_0(\rho = \rho_0), \omega_2 = \omega_2^0. \quad (5)$$

Подставляя (5) в уравнения движения, получим условия существования стационарного движения:

$$M_1 \left(\omega_2^0 \frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} = M_2, \quad (6)$$

$$m_3 l (\omega_2^0)^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 = - \left(c_1(\rho_0 - \tilde{\rho}_0) + 2lc_2(\cos \beta_0 - \cos \tilde{\beta}_0) \right) \sin \beta_0.$$

Теперь рассмотрим вопрос устойчивости стационарного движения (5) относительно переменных ω_2 и β . Составим уравнения возмущенного движения, вводя новые переменные $\omega_2 = \omega_2^0 + \omega_2'$ и $\beta = \beta_0 + \beta'$, где ω_2', β' характеризуют отклонения от невозмущенного движения. Подставляя новые переменные в уравнения движения и разлагая в ряд нелинейные члены в окрестности невозмущенного движения, будем иметь

$$\begin{aligned} & J_1 \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right)^2 + J_2 + 2m_3 l^2 \sin^2 \beta_0 \right) \dot{\omega}_2' + 2l\omega_2^0 m_3 l \sin 2\beta_0 - \\ & - J_1 \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{\sin \alpha \sin \beta_0}{r_1} \right) \dot{\beta}' = \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right)_0 \omega_2' - \\ & - \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \rho_0} \right)_0 + M_1(\omega_0, \rho_0) \frac{\sin \alpha}{r_1} \right) 2l \sin \beta_0 \beta' + \dots +, \\ & 2l(m_1 \sin^2 \beta_0 + m_3) \ddot{\beta}' - m_3 l (\omega_2^0 \sin 2\beta_0 \omega_2' + (\omega_2^0)^2 \cos 2\beta_0 \beta') = \\ & = (\Delta \cos \beta_0 - 2l(c_1 + c_2) \sin^2 \beta_0) \beta' + \dots +. \end{aligned}$$

Уравнения движения в первом приближении примут следующий вид:

$$a_{11} \dot{\omega}_2' + a_{12} \omega_2' + a_{13} \dot{\beta}' + a_{14} \beta' = 0, \quad a_{21} \omega_2' + a_{22} \ddot{\beta}' + a_{23} \beta' = 0.$$

Отсюда получим характеристическое уравнение первого приближения

$$a_{11} a_{22} \lambda^3 + a_{12} a_{22} \lambda^2 + (a_{11} a_{23} - a_{21} a_{13}) \lambda + a_{12} a_{23} - a_{21} a_{14} = 0,$$

где $a_{11} = J_1 \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right)^2 + J_2 + 2m_3 l^2 \sin^2 \beta_0$,

$$a_{12} = - \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right)_0, \quad a_{13} = 2l\omega_2^0 \left(m_3 l \sin 2\beta_0 - J_1 \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{\sin \alpha \sin \beta_0}{r_1} \right),$$

$$a_{14} = \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \rho_0} \right)_0 + M_1(\omega_0, \rho_0) \frac{\sin \alpha}{r_1} \right) 2l \sin \beta_0, \quad a_{21} = -m_3 l \omega_2^0 \sin 2\beta_0,$$

$$a_{22} = 2l(m_1 \sin^2 \beta_0 + m_3), \quad a_{23} = (-\Delta \cos \beta_0 + 2l(c_1 + c_2) \sin^2 \beta_0) - m_3 l (\omega_2^0)^2 \cos 2\beta_0, \\ \Delta = c_1(\rho_0 - \tilde{\rho}_0) + c_2(x_0 - \tilde{x}_0).$$

Для устойчивости невозмущенного движения на основании теоремы А.М. Ляпунова об устойчивости по первому приближению достаточно, чтобы корни характеристического уравнения линейного приближения имели отрицательные вещественные части, т. е. выполнение алгебраического критерия Гурвица:

$$a_{11}a_{22} = 2l \left(J_1 \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right)^2 + J_2 + 2m_3 l^2 \sin^2 \beta_0 \right) (m_1 \sin^2 \beta_0 + m_3) > 0,$$

$$a_{12}a_{23} - a_{21}a_{14} = - \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right)_0 ((-\Delta \cos \beta_0 + 2l(c_1 + c_2) \sin^2 \beta_0) - m_3 l (\omega_2^0)^2 \sin 2\beta_0 \cdot \\ \cdot \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \rho_0} \right)_0 + M_1(\omega_0, \rho_0) \frac{\sin \alpha}{r_1} \right) 2l \sin \beta_0 > 0,$$

$$\Delta_2 = a_{12}a_{22}(a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}) - a_{11}a_{22}(a_{12}a_{23} - a_{21}a_{14}) > 0 \Rightarrow a_{12}a_{13} - a_{11}a_{14} > 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow - \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right)_0 \left(2l\omega_2^0 \left(m_3 l \sin 2\beta_0 - J_1 \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \frac{\sin \alpha \sin \beta_0}{r_1} \right) \right) - \\ - \left(J_1 \left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right)^2 + J_2 + 2m_3 l^2 \sin^2 \beta_0 \right) \left(\left(\frac{r_2 + \rho_0 \sin \alpha}{r_1} \right) \left(\frac{\partial M_1}{\partial \rho_0} \right)_0 + M_1(\omega_0, \rho_0) \frac{\sin \alpha}{r_1} \right) \cdot \\ \cdot 2l \sin \beta_0 > 0.$$

Следует отметить, что первое условие выполняется автоматически, а последующие два условия налагают ограничения на кинематические и динамические характеристики системы. При этом, если момент, приложенный на вал диска M_1 , является постоянным, то имеет место критический случай. В этом случае устойчивости стационарного движения можно добиться добавлением диссипативной силы по переменной β .

Теперь рассмотрим вопрос реализации программного движения, которое соответствует назначению регулятора, т. е. переменному значению выходной угловой скорости $\omega_2 = \omega_2(t)$. При этом реализацию программного движения будем осуществлять с помощью силы $\vec{u}$ (управления), приложенной к оси диска в горизонтальном направлении (рис. 2).

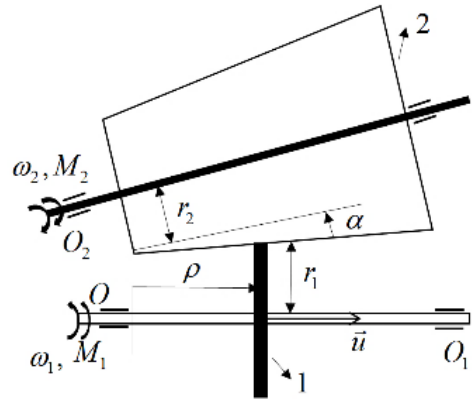


Рис. 2. Реализация программного движения с помощью силы u

При такой постановке задачи система также представляет собой систему с кинематической связью (2), а энергия ускорения в независимых переменных ω_2, ρ примет вид

$$S = \frac{1}{2} m_1 \dot{\rho}^2 + \frac{1}{2} J_1 \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \dot{\omega}_2 + \frac{\sin \alpha \dot{\rho}}{r_1} \omega_2 \right)^2 + \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \omega_2 \right)^4 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\omega}_2^2 + \omega_2^4).$$

Соответственно уравнения движения в независимых переменных примут вид

$$J_1 \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \dot{\omega}_2 + \frac{\sin \alpha \dot{\rho}}{r_1} \omega_2 \right) \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) + J_2 \dot{\omega}_2 = \\ = M_1 \left(\omega_2 \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) \right) \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) - M_2, \\ m_1 \ddot{\rho} = F_{\text{тр1}} + u.$$

Для удобства анализа уравнений движения (7) введем новую переменную

$$z = \frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1}.$$

В переменных ω_2 и z уравнения движения можно записать в виде

$$\begin{aligned} J_1(z\dot{\omega}_2 + \dot{z}\omega_2)z &= M_1(\omega_2 z)z - (M_2 + J_2\dot{\omega}_2), \\ m_1\ddot{\rho} &= F_{\text{тр}1} + u. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как в программном движении реализуется изменение угловой скорости на выходе $\omega_2 = \omega_2(t)$, то, подставляя желаемое движение в первое уравнение, имеем

$$\dot{z} = \frac{1}{J_1\omega_2} \left(M_1(\omega_2 z) - \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z} - J_1\dot{\omega}_2 z \right). \quad (9)$$

Полученное уравнение представляет собой условие реализуемости и с точки зрения систем с условными связями называется условием динамичности. В общем случае уравнение (9) не интегрируется в квадратурах. Для определения параметра управления (управляющей силы) допустим, что переменные в правой части уравнения (9) являются дифференцируемыми, и с обеих сторон уравнения (9) берем производную по времени:

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= \frac{1}{J_1\omega_2} \left[\left[\left(\frac{\partial M_1(\omega_1)}{\partial \omega_1} \dot{\omega}_2 z - \frac{J_2\ddot{\omega}_2}{z} - J_1\ddot{\omega}_2 z \right) - \frac{\dot{\omega}_2}{\omega_2} \left(M_1(\omega_2 z) - \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z} - J_1\dot{\omega}_2 z \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \omega_2 + \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z^2} - J_1\dot{\omega}_2 \right) \dot{z} \right], \end{aligned}$$

или, подставляя выражение $\dot{z}$, получим

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= \frac{1}{J_1\omega_2} \left[\left[\left(\frac{\partial M_1(\omega_1)}{\partial \omega_1} \dot{\omega}_2 z - \frac{J_2\ddot{\omega}_2}{z} - J_1\ddot{\omega}_2 z \right) - \frac{\dot{\omega}_2}{\omega_2} \left(M_1(\omega_2 z) - \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z} - J_1\dot{\omega}_2 z \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \omega_2 + \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z^2} - J_1\dot{\omega}_2 \right] \left(\frac{1}{J_1\omega_2} \left(M_1(\omega_2 z) - \frac{(M_2 + J_2\dot{\omega}_2)}{z} - J_1\dot{\omega}_2 z \right) \right) \right], \end{aligned}$$

Имея в виду, что $z = \frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1}$, $\dot{z} = \frac{\sin \alpha}{r_1} \dot{\rho}$, $\ddot{z} = \frac{\sin \alpha}{r_1} \ddot{\rho}$, и подставляя во второе уравнение (8) выражение $\ddot{\rho}$, получим явный вид параметра управления как функцию от координаты ρ и времени t .

Таким образом, параметр управления u зависит не только от расстояния ρ (от передаточной функции z), но и от характеристики момента $M_1(\omega_1)$, а также от программного движения $\omega_2(t)$.

Теперь рассмотрим вопрос реализуемости кинематической связи (8), наложенной на систему. Уравнение динамичности

$$\begin{aligned} J_1 \left(\left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \dot{\omega}_2 + \frac{\sin \alpha \dot{\rho}}{r_1} \omega_2 \right) \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) + J_2 \dot{\omega}_2 \right) &= \\ &= M_1 \left(\omega_2 \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) \right) \left(\frac{r_2 + \rho \sin \alpha}{r_1} \right) - M_2 \end{aligned}$$

можно переписать в виде

$$J_1 \dot{\omega}_1 = M_1(\omega_1) - \frac{(M_2 + J_2 \dot{\omega}_2)}{z}.$$

Освободим систему от кинематической связи, заменяя ее силой реакции. Применяя теорему об изменении кинетического момента относительно оси вращения колеса 1, имеем

$$J_1 \dot{\omega}_1 = M_1(\omega_1) - R_1 r_1,$$

где R_1 – сила реакции кинематической связи (2). Сравнивая правые части уравнений, получим

$$R_1 = \frac{(M_2 + J_2 \dot{\omega}_2)}{z r_1}.$$

Учитывая, что кинематическая связь реализуется с помощью силы трения, имеем $|R_1| = \left| \frac{M_2 + J_2 \dot{\omega}_2}{z r_1} \right| \leq f_1 N$, где f_1 – коэффициент трения в продольном направлении; N – сила нормального давления.

Результаты исследования. В общем случае уравнение (9) не интегрируется в квадратурах. Рассмотрим реализацию конкретного допустимого периодического закона программного движения при следующих значениях параметров системы: $m_1 = 6$ кг; $m_2 = 10$ кг; $r_1 = 0.1$ м; $r_2 = 0.12$ м; $J_1 = 0.03$ кгм²; $J_2 = 0.5$ кг×м². $\omega_2(t) = 1 + 0.2\sin t$, $M_1(t) = 4 - 0.1\omega_1^2$ Нм, $z(0) = 0.5$.

Численное решение дифференциального уравнения дает следующий график изменения переменной ρ от времени (рис. 3.). Из полученных численных результатов видно, что промежуточное колесо сначала перемещается в поперечном направлении до определенного положения, затем центр колеса совершает колебательное движение.

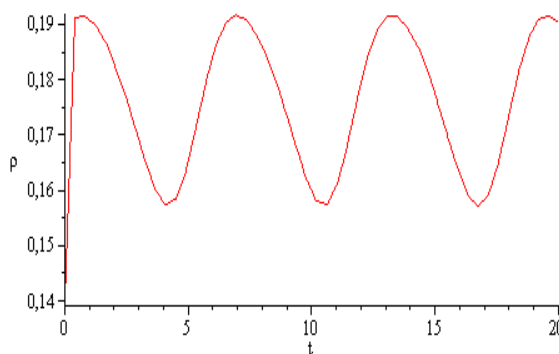


Рис. 3. Изменение переменной ρ от времени

Заключение. Рассмотрен вопрос существования стационарного движения регулятора скорости с классическим центробежным регулятором, где устойчивость стационарного движения приводится к особому критическому случаю. Получены достаточные условия устойчивости, которые включают в себя кинематические и динамические параметры регулятора. Исследован вопрос реализации частных (программных) движений регулятора с помощью горизонтальной управляющей силы, приложенной к валу диска. Получен явный вид управляющего параметра как функции от передаточной функции, а также условие реализуемости кинематической связи. Во втором случае регулятор способствует реализации программных движений, допускаемых условиями динамичности. Проведен механический анализ полученных результатов посредством двух подходов к регулированию. Получены численные результаты для конкретного закона программного движения регулятора.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. Учебное пособие для вузов / Под ред. Пятницкого Е.С. Изд. 3-е. М.: Физматлит, 2005. – 264 с.
- [2] Neimark Ju.I., Fufaev N.A. Dynamics of Nonholonomic Systems. Translation of Mathematical Monographs. 2018. №33. – 519 p.
- [3] Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Гостехиздат, 1961. – 824 с.
- [4] Азизов А.Г. О движении управляемых механических систем с сервосвязями // Прикладная математика и механика. Вып.3. 1990. Т.54. С. 366–372.
- [5] Матюхин В.И. Траекторные задачи управления колесными системами. М.: Красанд, 2013. – 198 с.
- [6] Матюхин В.И. Управление механической колесной системой // ПММ. Вып. 2. 2007. Т. 71. С. 237–249.
- [7] Вельмисов П.А., Богданов П.И., Рахманов Е.Н., Антипов В.Н. Исследование динамики регулятора скорости вращения. Вестник УлГТУ. 2021. №4. С. 39–42.
- [8] Сидиков М.Н., Манглиева Ж.Х. Оптимальная стабилизация движений фрикционного редуктора с условной связью // Узбекский журнал «Проблемы механики». 2007. №4. С. 22–25.
- [9] Сидиков М.Н. Некоторые особенности стабилизации механических систем с условными связями // Труды X Международной Четаевской конференции. Секция 2. Аналитическая механика, устойчивость и управление. Казань, 2012. Т. 2. С. 469–477.

Дата поступления
06.05.2022

М.Н. Сидиков, Ш.С. Косимов. Тезлик регулятори ҳаракатининг динамик таҳлили

Аннотация: Фрикцион регуляторнинг стационар ҳаракати ва унинг турғунлиги масаласи классик мослагич ҳолида кўриб чиқилган. Стационар ҳаракатни устиворлигини таъминловчи етарлилик шартлари топилган. Регуляторда дастурий ҳаракатни амалга ошириш кўзгалувчан гилдиракка қўйилган бошқариш параметри(куч) ёрдамида амалга ошириш муаммоси кўрилган. Динамиклик шартидан бошқарувчи кучни ўзгариш қонуни аниқланган. Системага тегишли аниқ қийматларда кўзгалувчан гилдиракни масса марказини горизонтал йўналишдаги ҳаракатини аниқловчи график олинган.

Калит сўзлар: стационар ҳаракат; турғунлик; бошқариш; стабилизация.

Sidikov M.N., Kosimov Sh.S. Dynamic analysis of speed controller movements

Abstract: The issues of the existence of stationary motion and the stability of the motion of one of the types of friction regulator with centrifugal balls are considered, and the question of the implementation of program motion using a control parameter, which is a force applied to a movable wheel, is also considered. An explicit form of the control parameter is obtained from the dynamicity condition. Sufficient conditions for the stability of stationary motion are obtained, numerical results are obtained for a specific type of program motion, which represent the movement of the center of mass of the movable wheel in the direction of the axis of rotation.

Keywords: stationary movement; stability; control; stabilization.

UDC 677.017.4

NONLINEAR LAWS OF COTTON YARN STRAIN

Sultanov K.S., Ismoilova S.I., Xazratova T.Ya.

Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures After M.T.Urazbaev, Tashkent, Uzbekistan

E-mail: ismailova.sabida@mail.ru

Abstract: Based on the analysis of experiment results on cotton yarn tension to a break, it is established that the cause of the "tensile force-strain" diagrams non-linearity is the change in yarn structure under tension. Based on the generalized Eyring model (standard-linear viscoelastic body), a physically nonlinear elastic-viscoplastic law of cotton yarn strain under tension with allowance for unloading is proposed, where the moduli of strain and unloading and the coefficient of volume viscosity of cotton yarn are the strain functions. The influence of elastic, viscous and plastic properties of cotton yarn on the qualitative and quantitative picture of the stress-strain state of cotton yarn during stretching and unloading under the action of semi-cyclic and non-uniform dynamic loads is shown.

Keywords: cotton yarn; variable strain modulus; non-linear law of tension; loading; unloading; critical load; yarn rupture rate.

Introduction. The problem of thread and yarn rupture in technological processes of textile production, as reported in [1], is far from its final solution. The strength of cotton yarn (hereinafter yarn) is a basic characteristic of its rupture rate.

There are various methods of determination and assessment of textile thread and yarn strength [2–4]. Among them the most valid one is the determination and assessment of yarn by its stress-strain state [4]. This requires a direct knowledge of the law of yarn straining under tensile loads.

The laws of yarn straining are determined experimentally. It is known that the yarn consists of fibers of 2–5 cm long with special arrangement of these fibers relative to yarn axis. Position of each fiber around yarn axis depends of the mode of spinning [5]. As a result of spinning there forms a complex interweaving of filaments and then a yarn. Obtained yarn structure specifies all mechanical properties of yarn.

Results in [6–19] show that yarn has the most complex structure that causes the occurrence of non-linear strain mechanisms at tension. Because of the complexity of yarn straining process there is no any established laws of yarn deformation which could account for complex structure of yarn and threads and the change of this structure under extension.

In [20–22] with modified Finite Elements Method (FEM) yarn is considered as a bunch of finite elements-fibers, that is, yarn is modeled as a mechanical structure which consists of the elements-fibers. Modified FEM reduces the problem of statics to the problem of mechanics using the method of dynamic relaxation. Yarn is considered to be anisotropic along the radius, and isotropic along the length. In [20] an algorithm of calculations and the principles of stress and strain calculations under tension and torsion are given. In [21] calculation results for four types of cotton yarn produced by ring and rotor spinning are presented. The effect of the parameters of accepted model on the values of tensile force and torsional moment is determined. An assessment of this effect is done. In [22], using a special method, a spiral arrangement of fibers in yarn is predetermined. Based on it, fiber path in yarn, the change in radial coordinates of the fibers, twisting regression in yarn could be determined. The dependences of tensile force P on relative strain ε for four different types of cotton yarn, produced by ring and rotor spinning are built. Experimental and calculated curves $P(\varepsilon)$ are compared and a good agreement is obtained. The model proposed in [20] is definitely not a law of deformation or an equation of state of yarn; it presents a finite

element model of cotton yarn.

In [23,24] by Finite Element Method the stress-strain state of yarn is determined considering it as linear [23] and non-linear [24] elastic one. Here yarn diameter (non-regularity) is taken as a variable, that is, the one changing according to sinusoid law. Here again the comparison of experimental and design diagrams $\sigma(\varepsilon)$ gives a good agreement.

In [25] experimental results are given to determine the effect of twisting angle on mechanical characteristics of yarn having twisted structure produced by ring spinning. Based on tests data a formula was proposed to determine the effect of yarn twist on limit strength. It is noted that the twisting builds a friction inside yarn between the fibers and mainly determines the mechanical characteristics of yarn.

At present there is no reliable law of yarn deformation which would account for all the factors observed in experiments and mentioned above.

It is known that all deformed materials in a certain range of strain changes, obey Hooke's law, that is, they show elastic properties under straining. Textile threads and yarn at initial stages of tension also deform elastically. Naturally, following this condition, yarns are considered as linear-elastic body and the solutions of a great number of applied problems of yarn mechanics could be obtained.

Textile yarns, both natural ones (cotton, silk, linen and others), and artificial polymeric ones possess viscous properties. Viscous properties of silk threads were studied for the first time by W.Weber in Gettingen as early as 1835 [4]. Further, the studies of viscous-elastic linear and non-linear properties of textile threads have been developing in two directions: hereditary theory and rheological theories of viscous-elasticity.

Hereditary theory with sufficient accuracy and reliability accounts for viscous-elastic (creep and relaxation) properties of textile threads under straining. However, it should be noted that using the laws of deformation of hereditary type, particularly non-linear laws of hereditary viscous-elasticity, a solution of applied problems of yarn mechanics meets essential mathematical difficulties.

The search of more simple solutions of applied problems of yarn mechanics has led to the use of model laws of material deformation, that is, the laws presented in the form of mechanical models that describe the processes of deformation of elastic, viscous-elastic bodies. Sometimes these models are called rheological models (such as Calvin-Voigt, Maxwell, Zinner, Eiring and other models). These models, described by differential relationships, are simple ones and allow the solution of a number of applied problems of yarn mechanics [26]. As seen in [4] the models by Calvin, Voigt and Maxwell are not applicable to describe the rheological properties of yarns. Zinner or Eiring models, known also as a model of standard-linear body, explain the observed tests data and in a certain extent are applicable to the solution of applied problems of yarn mechanics [4].

The model of standard-linear body has two priorities: visualization, on the one hand, and obvious realization of the laws of thermodynamics, on the second hand. One more merit of the model is a possibility to calculate an internal energy for any given system, presenting the energy of elastic springs and the velocity of irreversible energy dissipation by viscous elements. All other means to describe deformation processes give a possibility to calculate total energy of deformation, but do not permit to separate accumulated energy from dissipated one [4]. Detailed analysis of hereditary theory of viscous-elasticity and rheological mechanical models is given in [2–4].

It should be noted that discussed laws of deformation of textile yarns and threads are developed based of basic hypothesis of the mechanics of continuity, uniformity and isotropic character of material, that is, a thread is taken as a continuous uniform isotropic solid deformable body. However, it is known that from as early as the time of thread formation, textile threads and especially textile yarns in their structural composition substantially differ from the hypotheses of the mechanics of solids. As mentioned above, textile threads and especially yarns have the most complex structure that consists of natural, synthetic fibers or of macro-molecular polymeric chains. The fact, that threads and yarns were and are still considered to be isotropic uniform solid elastic,

viscous-elastic and even elastic viscous-plastic material, presents a forced simplification in solving the problems of yarn mechanics.

As mentioned earlier, the laws of deformation of materials, including threads and yarns, may be derived only on the basis of experiments. Sometimes they are called the determinant equations or the equations of state (strain).

The simplest experiment or the form of mechanical testing of yarns is an experimental determination of “loading-extension” dependence $F(\varepsilon)$ when tensile load F is applied by some law at constant rate. Here ε is a longitudinal strain of yarn.

Since an actual thread with real (actual) structure is tested in tension experiments, the obtained dependences $F(\varepsilon)$ or $\sigma(\varepsilon)$ indicate the process of thread extension with all its physical and mechanical structural characteristics (σ is a longitudinal stress in thread). Hence, the dependences $F(\varepsilon)$ or $\sigma(\varepsilon)$ obtained in tests may be considered as real laws of yarn deformation under tension, and only on these grounds the mathematical relationships could be developed. Certainly, when building the equations of state, it is necessary to make them extremely simple and easy to use in applied problems of yarn mechanics; they should express all basic properties of material under straining. It should be noted, that this is not always the case. Linear and non-linear viscous-elastic equations of yarn state obtained on the basis of analysis of tests data and built by the use of both Boltzmann-Volterra’s hereditary theory and rheological models, only partially express the experimental factors obtained in tests when plotting the diagrams $\sigma(\varepsilon)$.

The first fundamental experimental dependences $\sigma(\varepsilon)$ for cotton yarn, in our opinion, were obtained by R.L.Steinberger in 1934 [27–30].

It should be stated here that results obtained by R.L.Steinberger [27, 28] are unique in both their importance and reliability of experiments. They clearly show that acetate cellulose fibers at tension are elastically-viscous-plastically deformed and this aspect should be taken into consideration when developing the laws of straining.

In [27] based on results of extension tests with single fibers of cotton, silk, wool, nettle and flax, a comparative analysis of the diagrams $\sigma(\varepsilon)$ and limit strength of these fibers was conducted. It was established, that single natural fibers demonstrate sufficiently high tensile strength that could be compared with the strength of copper wire ($\sigma_s = 400$ MPa). In [27] the strength of single fibers is explained by their molecular specific features.

Tests results given in [27–30] make clear the mechanisms of straining of single natural and synthetic fibers under tension. The dependences $\sigma(\varepsilon)$, that is, tests laws of fibers straining are essentially non-linear ones. As reported in [27–30], it is difficult to determine the boundaries of elastic and plastic strain of fibers under extension. Elastic strains of fibers occur at $\varepsilon < 1\%$, then, single fibers are deformed mostly plastically. Non-linearity in single and filament yarns under extension is related to specific features of their structure [31–33].

In [31–33] the measure of structural changes is an area of cross section of wool fiber. These works state that wool fiber may be of different length even at initial and un-strained state. The fiber is considered as structurally non-uniform in length and is reduced to dimension non-uniformities. This is one of the approaches to consider structural changes under fiber extension. On the basis of dimensional and structural variables of fiber, the rheological models of strain are considered by the use of hereditary theory and by mechanical models [31].

In [32] a comparison of the theory to experimental data on wool fiber extension according to the dependences $\sigma(\varepsilon)$ was carried out and a good agreement was obtained.

Consideration of non-linear properties occurrence at extension of single and filament yarns depending on the value of cross section, essentially complicates the construction of laws of their strain under tension. The advent of modern high-precision devices-profilometers [34], which allow to measure with high accuracy the diameter of fibers and yarns (20 mm-300 mm long, with diameter $d \geq 0.01$ mm), does not simplify the problem of construction of fiber and yarn strain laws with consideration of dimensional non-uniformities.

In [35], fiber extension diagram $\sigma(\varepsilon)$ is considered as a superposition of a multitude of such diagrams for separate portions of fiber along its length, here Young's modulus along the length of fiber is a variable value, depending on the change in mean cross section of fiber. Such approach presents an attempt to construct physically non-linear law of extension related to the changes in fiber cross section dimensions.

At present it is experimentally stated that Young's modulus of a single yarn depends also on strain rate. In [36] remarkable tests were carried out to study the dynamic extension of carbon filament yarn. The values of Young's modulus were measured under different strain rates. It was stated that for brittle practically elastic under limit extension carbon filament yarn, Young's modulus at strain rates differing by 7, 8 times ($d\varepsilon/dt = 61 \text{ s}^{-1}$ and $d\varepsilon/dt = 9 \text{ s}^{-1}$), was $2.7 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ and $2.2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

It should be noted that Young's dynamic modulus E_D differs from static one E_S by 1.23 times, that is, $E_D/E_S = 1.23$. Naturally for less elastic, viscous-elastic or viscous-plastic yarns this relation may be much greater than 1.23.

In tests presented in [36] there is revealed an independence of critical value of longitudinal strain ε_k , at which yarn breaks, on strain rate $d\varepsilon/dt$, that is, at all velocities of dynamic extension yarn breaks at the same value of strain $\varepsilon = \varepsilon_k = 12.9\%$. This is also a very important result.

In [37] the values of Young's dynamic modulus are experimentally determined in twisted nylon, dycron, viscose, acetate yarns as a function of twist angle at low (acoustic) level of stresses. Here the modulus of dynamic strain is determined as $E_D = C_0^2 \rho_0$ using the technique of impulse of acoustic wave propagation, where C_0 is a velocity of propagation of strain plane waves, ρ_0 an initial density of yarn material. It was established that the value of dynamic modulus of twisted filament yarn E_D is greater or equal to dynamic modulus of single yarn E_D^0 , that is, $E_D/E_D^0 = 1 - 4$. In other words, twisted yarn may have higher strength than single yarn from the same initial material.

In the processes of modern textile yarn production and with an improvement of technological processes, the intensities of dynamic loading and strain rate under extension are increasing. Hence, the tests results from [36–37] also should be taken into account when developing the laws of threads and yarn strain under extension.

In [38] filament yarn made of polyester, polypropylene and nylon was tested on tensile strength under the effect of cyclic loads varying in strain range of tension ε from 0 to 0.2%. Based on tests results a two-modulus equation was proposed to determine the stresses in yarn. These modulus are considered to be the composite parts of Young's modulus of yarn, that is, they consist of actual part E_r and imaginary part E_f . It is possible to think that these modules in a certain extent characterize static and dynamic Young's modulus of yarn.

In [39] a complex viscous-elastic-plastic Nishihara's model is used to describe experimental strain properties of a bundle of cotton fibers under compression. This law includes an elastic Hooke's model, viscous-elastic Calvin's model and Bingham's model. Based on tests data the parameters of Nishihara's model are determined. It is shown that recommended model describes the compression process of a bundle of kapoka fibers under compression. However, it is rather difficult to use the proposed model in solution of yarn dynamics problems.

As noted in [40] fibrous threads and yarn are the unique textile materials connected by friction forces, and their strain occurs as a result of fiber strain and their reversible and irreversible mutual displacements. So, the properties of fiber material depend on fiber properties, their arrangement and interactions between the fibers. At present the laws of straining, which consider these aspects, are not developed yet.

Equations of state describing the process of yarn and thread strain with consideration of elastic recovery and inverse relaxation, using the theory of viscous-elasticity, gain their development in [41–44].

The works mentioned above do not settle the problem of development of strain laws of textile threads and yarns. On the basis of analysis of these works we may formulate the basic

requirements to the law of strain of threads and yarns under extension:

1. Textile threads and especially yarns have a complex multi-layer structure which includes molecular (micromolecules), permolecular (fibrils) levels, micro-level (fiber) and macro-level (fibrous material). Due to complexity of the structure the threads and yarns are in length and radial direction non-uniform and anisotropic material.

2. Structural construction of thread and yarn is changing under the straining, so physical-mechanical, geometrical and strength characteristics of thread and yarn under extension are changing as well.

3. The modulus of elasticity and strain as well as all other mechanical characteristics of yarn depend on the change in structure under straining, on the extent of fiber twist in yarn and on loading velocity or strain rate.

4. Natural and synthetic threads and yarns undoubtedly possess viscous properties at all stages of straining. Elastic properties of yarn are seen at the initial stages of straining.

5. Plastic properties of thread and yarn are seen also at the very initial stages of straining. Irreversible plastic strains begin to form immediately after elastic stages of straining.

6. At repeated extensions of yarn after unloading, the loading occurs (as in many elastic-plastic materials) along the unloading line till the stress value is reached at the moment of unloading. Further the strain process heads along the line of extension.

7. Non-linearity of extension diagram or non-linear change in yarn stresses, depending on strain values at extension, is related to the change in mechanical characteristics of material due to straining.

As pointed in [40], current problem of yarn mechanics is a development of the methods of prediction of operational properties of fiber materials and their changes under external effects. Solution of this problem depends on the development of strain law that would take into consideration physical non-linear properties of fiber materials under extension [4].

Materials and experiments. To carry out the tests to determine the law of yarn straining at extension, a cotton yarn of card system, produced on pneumatic-mechanical spinning frame from middle-staple cotton growing in Uzbekistan was used. The yarn was produced according to the standards adopted in Uzbekistan: with nominal linear yarn density (in brackets is a number of studied bobbins): $T=14.0$ (2); 15.4 (2); 16.5 (2); 18.5 (5); 29.0 (16); 50.0 (10); 72.0 (4); 100.0 (3) and 160.0 (1) tex (1 tex=10–5 H/m). Yarn selection for the tests with given linear densities was random. Before the tests, linear density of yarn for each bobbin was separately determined. To measure yarn linear density with measuring meter HM-3, 50 small bundles were twisted in automatic mode (leas) of 112.5 m length (for 100 revolutions of measuring meter). Then, twisted samples were weighed by turns on SK-60 H scales. After weighing all bundles the printer gave the following data: the date of checking-up, batch number, total number of weighed leas, total linear density of all leas in deniers, maximum indicator, minimum indicator, the difference between the maximum and minimum, mean linear density on denier, standard deviation, variation coefficient (%) and maximum deviation.

Using the results of linear density measurements for each bobbin we have determined the variation coefficients of linear density irregularity (quadratic irregularity). The value of variation coefficient C_v for examined in tests 45 bobbins of cotton yarn changes in the range from 0.6 to 2%.

Experiments of yarn extension were conducted on «Statimat C» device. This device (fig. 1(a, b)) conducts yarn tensile tests in automatic mode with proper software, reeling yarn off the bobbin and holding it by clamps at a given distance about 500 mm.

The accuracy of load measuring is 0.1% of the capacity of measuring head (100 H), and the prolongation is 0.1% from given value of (100%). Clamping length is 60–800 mm, velocity 100–500 mm/min. Tests results are displayed on the PC screen, and when the test with a sample is finished, data obtained is printed.

The tests were conducted by the series of 50 repetitions with each bobbin (45 bobbins in

all). The length of the samples was 500 mm, mean rate of yarn strain under extension about 0.015 s^{-1} (velocity of sliding clamp was 450 mm/min).

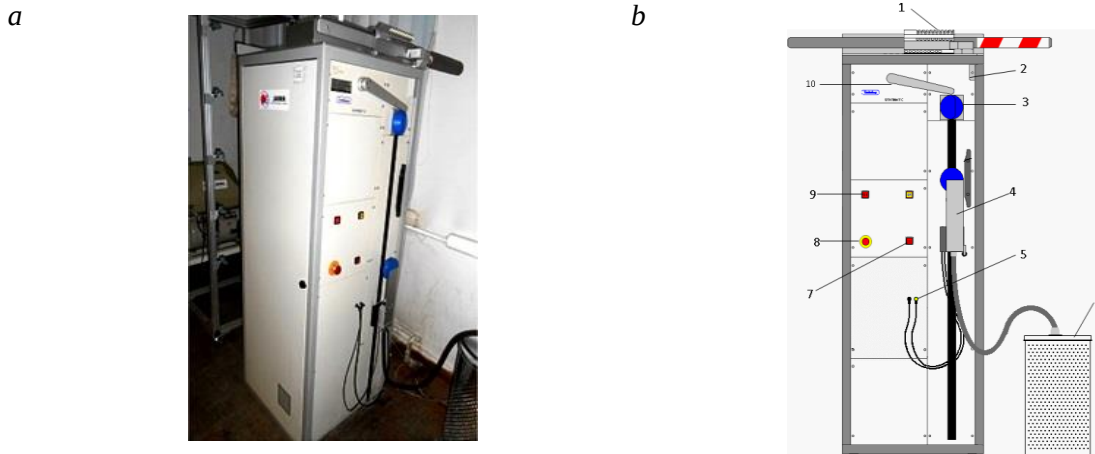


Fig. 1. Front panel of «Statimat C» device: *a* – general plane; *b* – installation scheme; 1 – automated shifter; 2 – blow-off nozzle; 3 – measuring clutch; 4 – movable clutch; 5 – regulating valve of movable clutch; 6 – trash bin; 7 – stop button-STOP; 8 – emergency stop; 9 – main switch; 10 – manipulator

Fig. 2(a) gives the graphs of 50 dependences of tensile force versus relative strain $F(\varepsilon)$ (F in cN, ε in %), obtained for cotton yarn with linear density $T=50 \text{ tex}$.

The dependences $F(\varepsilon)$ obtained in tests for the rest 45 yarn bobbins are similar to the curves in fig. 2(a). As seen from fig. 2(a), experimental dependences $F(\varepsilon)$ are non-linear ones, here in strain process the curvature sign $F(\varepsilon)$ is changed.

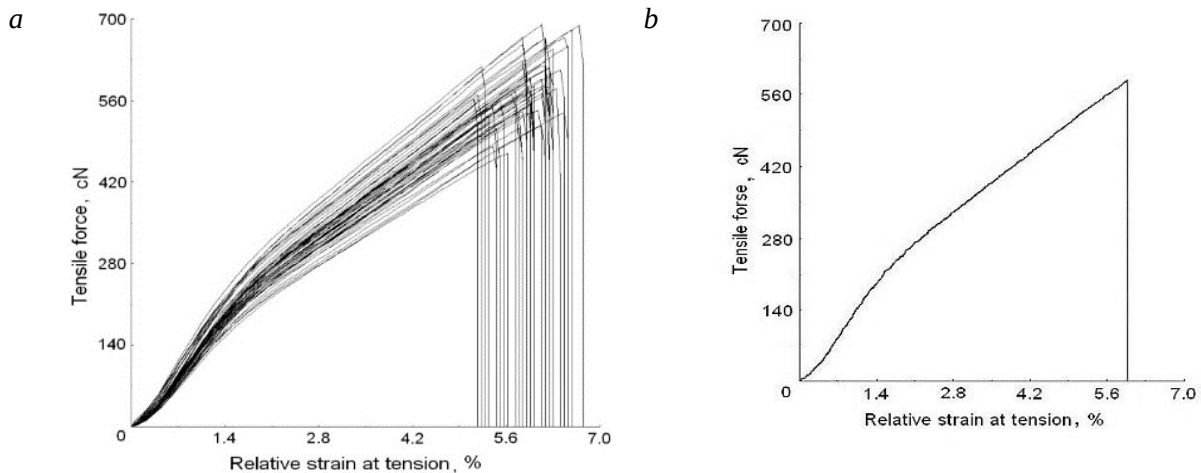


Fig. 2. Experimental diagrams (a), averaged diagram (b) at tension of cotton yarn with linear density $T=50 \text{ tex}$.

At the beginning of cotton yarn strain process the dependence $F(\varepsilon)$ has downward convexity, and then, upward convexity. Further the dependence $F(\varepsilon)$ remains almost linear.

At yarn extension, as pointed in [31–33], the occurrence of non-linearity in dependences $F(\varepsilon)$ is related to the change in structural construction of yarn. So, the change in yarn structure is accompanied by the change in physical-mechanical characteristics of material, that is, the change in density, elasticity modulus (stiffness), Poisson's ratio and so on.

These mechanical characteristics of yarn material are changing in irreversible manner, from yarn extension to its rupture. At initial stages of yarn extension, when the value of longitudinal strain is negligible, the yarn deforms elastically, then, there occurs an elastic-plastic and plastic strain of yarn. Cotton yarn that consists of cotton fibers, as a natural biological material, possesses

viscous properties. Here viscosity means an internal friction in yarn.

As was stated in [27–30], it is very difficult from the diagram $F(\varepsilon)$ to determine the boundaries of elastic and plastic strains. With consideration of viscous characteristics of material this problem becomes more complex. Elasticity modulus or rigidity modulus of yarn for the entire extension process we would call strain modulus.

Typical curves of dependences of tensile forces versus relative strain are given in [26]. According to [26], these curves are mainly of three types: convex downwards, convex upwards and with variable sign of curvature, which is observed in our tests. For the first two types of curves in [26] the laws of changes of yarn strain modulus are proposed depending on strain changes. For the third type of curves the changes in current modulus of strain under yarn extension are not defined. Obtained experimental data allow the determination of changes in current modulus of strain E of cotton yarn under extension

From the diagram $F(\varepsilon)$ it is possible to determine actual strain modulus E_f or secant modulus of strain E . Actual modulus of strain is determined by drawing a tangential line in each point of the curve $F(\varepsilon)$ or approximately $E_f = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$. Secant modulus of strain in each point of the curve $F(\varepsilon)$ equals to $E = F/\varepsilon$.

To determine E_f the curve $F(\varepsilon)$ in fig. 2(a) is divided by 50 intervals with approximately similar step $\Delta\varepsilon$. The values ΔF corresponding to $\Delta\varepsilon$ and $E_f = \Delta F/\Delta\varepsilon$ are defined, the value of secant modulus of strain E for the same interval points are determined as $E = F/\varepsilon$, where F and ε are the values of longitudinal tensile force and strain in %, on the boundaries of intervals. Strain models, as a rule, are written for the dependences of normal stresses versus relative strain $\sigma(\varepsilon)$. Relative strain ε in this expression is a dimensionless value in contrast to diagrams, given in fig. 2(a) and (b), where it is indicated in percent ($\varepsilon = 10^{-2} \%$).

To determine normal stresses in a sample we would make use of the relationship $\sigma = F/S$, where S is a conventional cross section of yarn, which could be determined by formula $S = T/\rho_v$. In the formula T is a linear density in tex, and ρ_v is a volume weight of cotton substance of the fibers, (for cotton it equals to $\rho_v = 1.5 \text{ mg/mm}^3$). Then, strain modulus may be determined from the expressions $E_f = \Delta F \rho_v / (\Delta\varepsilon T)$ and $E = F \rho_v / \varepsilon T$. These expressions for cotton yarn are reduced to the form $E_f = 1500 \Delta F / \Delta\varepsilon T$, $E = 1500 F / \varepsilon T$, $\sigma = 15 F / T$, where ΔF and F are indicated in cH, $\Delta\varepsilon$ and ε in %, T in tex. The values of E_f , E and σ are obtained in MPa.

The change of strain modulus relative to the strain itself, obtained from averaged dependence $F(\varepsilon)$ (fig. 2(b)), is given in fig. 3(a).

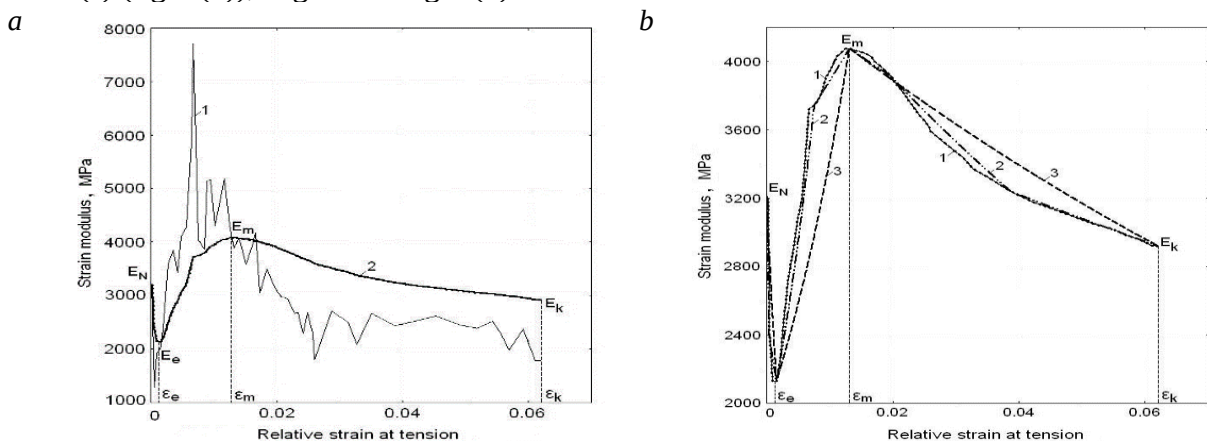


Fig. 3. Change in strain modulus depending on strain (a), (b) approximation of the dependence $E(\varepsilon)$

Here the curve 1 refers to the change in actual modulus E_f , and the curve 2 to the change in secant modulus E . In both cases strain modules dramatically decrease from initial value to some minimum value. Then, E_f and E are growing up to the maximum and again drop down. Comparison of dependences $E_f(\varepsilon)$ and $E(\varepsilon)$ shows that on the whole, the characters of their changes coincide.

However, $E_f(\varepsilon)$ is changing unevenly, while $E(\varepsilon)$ more smoothly. Their extreme values differ.

Extremums of $E_f(\varepsilon)$ are greater than corresponding Extremums of $E(\varepsilon)$. This is explained by the fact that $E_f = \Delta F / \Delta \varepsilon$ or $E_f = \Delta \sigma / \Delta \varepsilon$ approximately substitutes $E_f = dF / d\varepsilon$ or $E_f = d\sigma / d\varepsilon$, respectively. Based on this, for the future considerations as the grounds we would take the dependences of secant modulus of yarn strain $E(\varepsilon)$ as, in the first place, the change of $E(\varepsilon)$ is stable and continuous, and in the second place, the determination of the function $E(\varepsilon)$ is more reliable ($E = F/\varepsilon$ or $E = \sigma/\varepsilon$).

As seen from fig. 3(a), the change of secant modulus of strain (hereinafter strain modulus), depending on ε is essentially non-linear.

The character of strain modulus change $E(\varepsilon)$ in fig. 3(a) shows that at the beginning of the process of cotton yarn strain, the strain modulus strongly drops from initial value of E_N down to value of E_e , reached at $\varepsilon = \varepsilon_e$. Further the increase of the value of E up to a E_m , at $\varepsilon = \varepsilon_m$ is observed. Then comes the drop of the value of modulus E down to the value E_k at $\varepsilon = \varepsilon_k$. When the values of $\varepsilon = \varepsilon_k$ or $E = E_k$ are reached, there occurs a rupture of cotton yarn.

Altogether for the yarn from 45 bobbins with nine different nominal values of linear density, 45 dependences $F(\varepsilon)$ were obtained similar to the dependences given in fig. 2(a) and (b). From averaged 45 dependences $F(\varepsilon)$, 45 dependences $E(\varepsilon)$ were obtained, also similar to the curves in fig. 3(a).

Analysis of obtained dependences $E(\varepsilon)$ shows that characteristic parameters for them are the values of strain modules E_N , E_e , E_m and E_k reached at the values of relative strains ε_e , ε_m and ε_k respectively. Determination of approximating functions for the dependences $E(\varepsilon)$ given in fig. 3(a), and following [26], determination of the equations of state (laws of straining) of cotton yarns that were tested, are the problems to be solved next.

Here it should be noted that non-linear change of $E(\varepsilon)$ is a reason of non-linear dependences $F(\varepsilon)$ given in fig. 2(a). With the curve $E(\varepsilon)$ (fig. 3(a)) the boundaries of elastic and plastic areas of strain under yarn extension may be determined, that is impossible to do with diagrams $F(\varepsilon)$. Here on the portion $[0, \varepsilon_e]$ the yarn is strained elastically. On this portion up to $\varepsilon_e = 0.00162$ there occurs some aligning of cotton fibers in yarn. So, the value of E drops. When strain reaches the value of ε_e the process of aligning of cotton fibers in yarn stops and they are more closely pressed to each other and E increases up to its maximum $E = E_m$ at $\varepsilon = \varepsilon_m$. On this portion $[\varepsilon_e, \varepsilon_k]$ fiber displacements relative to each other are possible. These relative displacements may be reversible or irreversible. That is why, in this strain interval yarn is deformed partly reversible, partly irreversible, that is, elastic-plastically. When strain modulus reaches the value of $E = E_m$ in strain interval $[\varepsilon_m, \varepsilon_k]$, the value of E decreases. In this interval yarn extension has plastic character. Relative displacement of cotton fibers is irreversible and the process of destruction of yarn structure goes on. When the strain reaches a critical value of $\varepsilon = \varepsilon_k$, yarn breaks. This explanation of yarn strain process at extension perfectly corresponds to the changes in $E(\varepsilon)$ and $F(\varepsilon)$ given in fig. 2(a,b) and fig. 3(a).

So, obtained from experimental diagrams of yarn extension (Figure 2(a,b)) changes of strain modulus depending on strains in a certain extent permit to reveal the mechanisms of elastic, elastic-plastic and plastic strain of yarn at extension.

Approximation of nonlinear dependence $E(\varepsilon)$. In [45], a rather complex analytical description of change curve of strain modulus 2, given in fig. 3(a), is presented. In contrast to [45], we offer the method of numeric approximation of curve 2 in fig. 3(a).

The main point of the method is that using discrete values of E and ε in curve 2 (fig. 3(a)) all intermediate values of the parameters between two points are determined. Here we may use the method of linear interpolation. However, in cases, for example, when the step between two points is sufficiently great, we take extreme points only, linear interpolation does not give very precise values of E and ε . So to determine the values of E between two discrete points, the following relationships are proposed:

$$E_t(\varepsilon_t) = E_i \exp(\beta_i I_{Si}), \quad (1)$$

$$\beta_i = \ln(E_{i+1}/E_i), \quad (2)$$

$$I_{Si} = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_i}{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}, \quad (3)$$

where β_i is a dimensionless indicator of the degree, being the parameter which characterizes the intensity of changes of strain modulus E on the portion $[i, i + 1]$, I_{Si} a parameter, which characterizes structural change of yarn at extension, E_i strain modulus value in point i and E_{i+1} in point $i + 1$, ε_i strain value in point i , and ε_{i+1} in point $i + 1$, ε_t is a current value of strain at any point on the portion $[i, i + 1]$, E_t current value of strain modulus corresponding to the value of ε_t .

Equation (2) follows from equation (1) at $\varepsilon_t = \varepsilon_{i+1}$ and $E_t = E_{i+1}$. The value of β_i in the range of discussed portion is constant. Note, that equation (1) with consideration of (2) and (3), as calculations show, gives the results, practically similar to the ones obtained by the method of linear interpolation. However, equations (1)–(3) have a higher accuracy at approximation of curvilinear portions $E(\varepsilon)$ (curve 2, fig. 3(a)) with less number of points.

Fig. 3(b) present approximation results of nonlinear dependence $E(\varepsilon)$ obtained on the basis of tests data. We would conditionally call it a test curve. Here curve 1 (black points) is a dependence $E(\varepsilon)$ (test curve) corresponding to curve 2 in fig. 3(a). Curve 3 (dash lines) is obtained at approximation of the dependence $E(\varepsilon)$ by equations (1)–(3) using only extreme value of E and ε , that is, 4 points $E_N, \varepsilon_N, E_\theta, \varepsilon_\theta, E_m, \varepsilon_m$ and E_k, ε_k . In this case the divergence between approximating and test curves reaches 10-20%. Approximating curve 2 (dotted curve with two points) is obtained using 10 points including extreme ones. Here, in the interval $[0, \varepsilon_\theta]$ three points, in the interval $[\varepsilon_\theta, \varepsilon_m]$ three points and in the interval $[\varepsilon_m, \varepsilon_k]$ four points, intermediate points in indicated intervals are taken randomly. Fig. 3(b) shows that in this case the agreement between test and approximating curves is 95-97%. When in approximation we use all 50 points on test curve, we would get a solid curve 1. In this case there is a 100% agreement between test and approximating curves.

As shown above, by equations (1)–(3) any curvilinear test dependences $E(\varepsilon)$ may be approximated; this would permit to build physically non-linear laws of yarn strain at extension with variable strain modulus, depending on structural changes in material.

Physically nonlinear law of yarn strain at extension. On the basis of viscous-elastic model of standard-linear body a law of deformation of structurally-unstable medium-soil under compression with variable strain modules was constructed [46,47]. While soils of undisturbed structure begin to damage under compressive loads, the structure of cotton yarn is damaged at extension. In [45] on the basis of the model of standard-linear body, a non-linear law of yarn strain was proposed. However, in [45] the laws of changes in the moduli of yarn strain appeared to be imperfect. Following [46] and advancing the work done in [46], a physically non-linear law of cotton yarn straining at extension is proposed on the basis of a model of standard-linear body and relationships (1) – (3).

As mentioned above, the model of standard-linear body (among mechanical models) is the one that in a best way describes the strain process in materials that possess rheological properties. That is why the model is taken as a basic one to construct the proposed nonlinear law of yarn strain at extension.

Physically nonlinear law of cotton yarn straining with consideration of elastic, viscous and plastic properties of material and structural changes at extension includes the following equations

$$\frac{d\sigma}{E_D(\varepsilon)dt} + \mu(\varepsilon) \frac{\sigma}{E_S(\varepsilon)} = \frac{d\varepsilon}{dt} + \mu(\varepsilon)\varepsilon \quad \text{at} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} \geq 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma}{E_R(\varepsilon)dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{at} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} > 0. \quad (5)$$

Where σ – is a longitudinal (axial) tensile stress; ε – longitudinal (axial) strain; t – time; $E_D(\varepsilon)$ – variable strain modulus under dynamic (at $d\varepsilon/dt \rightarrow \infty$) extension of yarn; $E_S(\varepsilon)$ – variable strain modulus under static (at $d\varepsilon/dt \rightarrow 0$) extension of yarn; $\mu(\varepsilon)$ – variable parameter considering plastic properties of material; $E_R(\varepsilon)$ – variable unloading modulus, considering plastic properties of yarn straining.

Viscosity parameter $\mu(\varepsilon)$ is related to the coefficient of volume viscosity η of yarn by the relation

$$\mu(\varepsilon) = \frac{E_D(\varepsilon)E_S(\varepsilon)}{[E_D(\varepsilon) - E_S(\varepsilon)]\eta(\varepsilon)}. \quad (6)$$

The moduli of dynamic and static extensions are related by the equation

$$\gamma = \frac{E_D(\varepsilon)}{E_S(\varepsilon)}. \quad (7)$$

To determine phenomenologically the values of unloading modulus at yarn extension the following relations are proposed

$$E_R(\varepsilon) = E_D(\varepsilon) \quad \text{at } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_B, \quad (8)$$

$$E_R(\varepsilon) = E_D(\varepsilon) \exp[\varphi(I_S - 1)] \quad \text{at } \varepsilon_B \leq \varepsilon \leq \varepsilon_m, \quad (9)$$

$$E_R = E_D \exp\left[\varphi\left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_B} - 1\right)\right] \quad \text{at } \varepsilon > \varepsilon_m, \quad (10)$$

where $\varphi = \frac{\varepsilon_B \ln(K_R)}{\varepsilon_m}$ is a dimensionless coefficient that characterizes the slope of unloading curve to the axis of strain in diagram $\sigma(\varepsilon)$; $K_R = \frac{E_R(\varepsilon)}{E_D(\varepsilon)}$ is a dimensionless coefficient, that characterizes maximum possible value of unloading modulus; $I_S = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_B}$ a parameter that characterizes the dependence of yarn plastic properties at extension on the change in its structure.

According to equations (8)–(10), the process of yarn deformation in strain range $[0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_B]$ is completely reversible, in the range $[\varepsilon_B \leq \varepsilon \leq \varepsilon_m]$ is partly reversible, that is, here the slope of unloading modulus E_R to the strain axis is gradually increasing, depending on structural changes in yarn. When $\varepsilon = \varepsilon_B$, $I_S = 0$ and $E_R(\varepsilon) = E_D(\varepsilon)$, and at $\varepsilon = \varepsilon_m$, $I_S = I_{S\max} = \varepsilon_m/\varepsilon_B$, $E_R(\varepsilon)$ reaches the maximum value and then, in the range $[\varepsilon_m \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k]$ remains constant according to equation (10).

Equations (4), (5) together with determinant relationships (6)–(10) are physically non-linear elastic-viscous-plastic law of cotton yarn deformation at extension with consideration of tension rate and unloading at any stage of straining.

Determination and assessment of the values of proposed law parameters. Deformation law (4), (5) and determinant relationships (6)–(10) contain the functions of changes of strain modules $E_S(\varepsilon)$, $E_D(\varepsilon)$ the functions of changes of coefficients of volume viscosity $\eta(\varepsilon)$ or viscosity parameter $\mu(\varepsilon)$, and the functions of changes of unloading modulus $E_R(\varepsilon)$. All these functions should be determined from corresponding results of experiments.

To analyze and assess the proposed law, some approximate values of the parameters of these functions should be known. Curvilinear dependence $E(\varepsilon)$ (curve 1, Figure 3(b)) obtained on the basis of experimental diagram $F(\varepsilon)$ is a function of $E_S(\varepsilon)$. As, in this case, the rate of yarn extension is $d\varepsilon/dt = 0.015 \text{ s}^{-1}$, it presents a quasi-static mode ($d\varepsilon/dt \rightarrow 0$) of deformation. Then, using relation (7), $E_D(\varepsilon)$ is determined. To do this it is necessary to know the value of γ .

According to tests results [36] for carbon filament yarn the value is $\gamma = E_D/E_S = 1.23$ at strain rates $d\varepsilon/dt = 61 \text{ s}^{-1}$ and $d\varepsilon/dt = 9 \text{ s}^{-1}$. In tests described in [36], lower limit of strain rate is 9 s^{-1} , it is 600 times greater than the strain rate of discussed yarn. Upper limit of strain is 61 s^{-1} , this is also not a limit rate of carbon yarn strain. Hence, for carbon filament yarn we may consider that $\gamma > 1.23$. For cotton yarn that possesses more pronounced viscous properties, than carbon yarn, we may assume that γ changes in the range from 1.1 to 4. An exact value of γ should be determined from corresponding experiments. In determinant relations (8)–(10) all parameters of unloading, that is ε_B , ε_m and I_S are known, except the parameter $K_R = E_R(\varepsilon)/E_D(\varepsilon)$. The value of K_R may also be assessed approximately. In the case of equation (8), $K_R = 1$, in case of equation (10) assume that $K_R = 10$ and greater.

Unfortunately, there is no tests data on the values of volume viscosity $\eta(\varepsilon)$ or viscosity parameter $\mu(\varepsilon)$ at the change of yarn extension strain from $\varepsilon = \varepsilon_N = 0$ to $\varepsilon = \varepsilon_k$, that is, to a rupture. We would take an attempt to assess approximately the value of $\eta(\varepsilon)$ by the following way.

It is known that the values of coefficient of volume viscosity η for structurally undisturbed material are less than for structurally damaged material. Hence, assume that the function of coefficient of yarn volume viscosity $\eta(\varepsilon)$ at yarn extension, when there occurs the process of its structural damage, is increasing with strain increase. Then, according to equation (6) the value of viscosity parameter μ decreases, that is, the function $\mu(\varepsilon)$ is a decay function of argument ε . Assume, that viscosity parameter at yarn extension in the range of strain changes $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k$, decreases according to exponential law

$$\mu(\varepsilon) = \mu_N \exp(-\alpha \varepsilon_t / \varepsilon_k), \quad (11)$$

Where μ_N is an initial value of viscosity parameter for structurally undamaged yarn; α dimensionless coefficient that characterizes the intensity of decay value of μ .

At $\varepsilon_t = \varepsilon_k$ from (11) we get

$$\mu = \mu_k = \mu_N e^{-\alpha} \quad (12)$$

Hence

$$\alpha = \ln(\mu_N / \mu_k) \quad (13)$$

With (7) from equation (6) we get

$$\mu(\varepsilon) = \frac{\gamma E_S(\varepsilon)}{(\gamma - 1)\eta(\varepsilon)} \quad (14)$$

At present, the value of $\eta(\varepsilon)$ coefficient of volume viscosity of cotton yarn is not determined yet. So, the value of $\eta(\varepsilon)$ is taken approximately.

From reference data, volume viscosity of glass is $\eta = 10^5 - 10^6$ MPa·s, volume viscosity of liquid carbon bisulfide at the temperature 200C is $\eta = 0.576 \cdot 10^{-6}$ MPa·s, volume viscosity of water at the temperature 150C is $\eta = 3.09 \cdot 10^{-9}$ MPa·s.

According to these data volume viscosity is changing in a very wide range: from $3.09 \cdot 10^{-9}$ MPa·s for water to 10^{-6} MPa·s for glass. Volume viscosity of cotton yarn is approximately taken as $\eta = 10^2 - 10^3$ MPa·s at $\varepsilon = 0$, that is, this coefficient of volume viscosity refers to undamaged yarn.

Then, with equation (14) at $\gamma = 2$, $E_N = 3195$ MPa and $\eta = 10^2$ MPa·s we get $\mu_N = 64$ s⁻¹. If assume that $\eta = 10^3$ s⁻¹, then $\mu_N = 6.4$ s⁻¹. Approximately assume that the value of μ_N changes in the range from $\mu_N = 100$ s⁻¹ to $\mu_N = 1$ s⁻¹.

Using assessed value of parameters of the models (4) and (5), it becomes possible to conduct an analysis of the equations of proposed law of yarn strain.

As noted in [48], the coefficient of volume viscosity is a quantity measure of additional force of internal friction in material. In other words, volume viscosity in a certain extent characterizes the reconstruction of yarn structure. So, the coefficient of volume viscosity η or the parameter of volume viscosity μ plays an important role in the process of yarn straining.

On the basis of known values of parameters of the law (4), consider the change in stresses. For this in accordance with experiments, we would give the change in strain by the equation

$$\varepsilon = \varepsilon_k \sin \frac{\pi t}{2t_k}, \quad (15)$$

where ε_k is a critical value of strain, reached at $t = t_k$; t – time, π – Pythagoras' number.

Fig. 4(a) gives strain changes in tests under extension of yarn with linear density $T=50$ tex (black points) and its approximation by equation (15) (solid curve). As seen from fig. 6 strain changes in experiments and by equation (15) coincide with high accuracy.

Yarn strain at extension increases practically linear with time (fig. 4(a)). Before yarn rupture, when its structure is strongly weakened, the dependences $\varepsilon(t)$ display a non-linear portion as well. Calculations of design value of strain by equation (6) may be conducted with any step Δt . Strain modules $E_S(\varepsilon)$ corresponding to each value are determined by equations (1) – (3).

The value of $E_D(\varepsilon)$ is determined from relationship (7). Then, by equation (4), using the Method of Finite Differences, stress changes are determined according to the proposed nonlinear law of yarn straining.

Initial data for this problem are the results of tests processing of extension of cotton yarn

with linear density $T = 50$ tex: $\varepsilon_N = 0.00025$; $\varepsilon_\theta = 0.00162$; $\varepsilon_m = 0.01317$; $\varepsilon_k = 0.06202$; $E_N = 3195$ MPa; $E_\theta = 2130$ MPa; $E_m = 4074$ MPa; $E_k = 2920$ MPa.

From these initial data, the function of changes in static modulus of yarn extension $E(\varepsilon)$ is determined. From relationship (7) the function of dynamic extension of yarn $E_D(\varepsilon) = \gamma E_S(\varepsilon)$ is determined. Change range of γ , as stated above, is taken to be $1, 1 \leq \gamma \leq 4$. Change range of initial value of viscosity parameter is $1 \leq \mu_N \leq 100 \text{ s}^{-1}$. Function of $\mu(\varepsilon)$ is determined from relation (11).

When analyzing the equations of law (4), (5) with account of unloading, that is, with equations (8)–(10), initial data given above are sufficient to determine the unloading function.

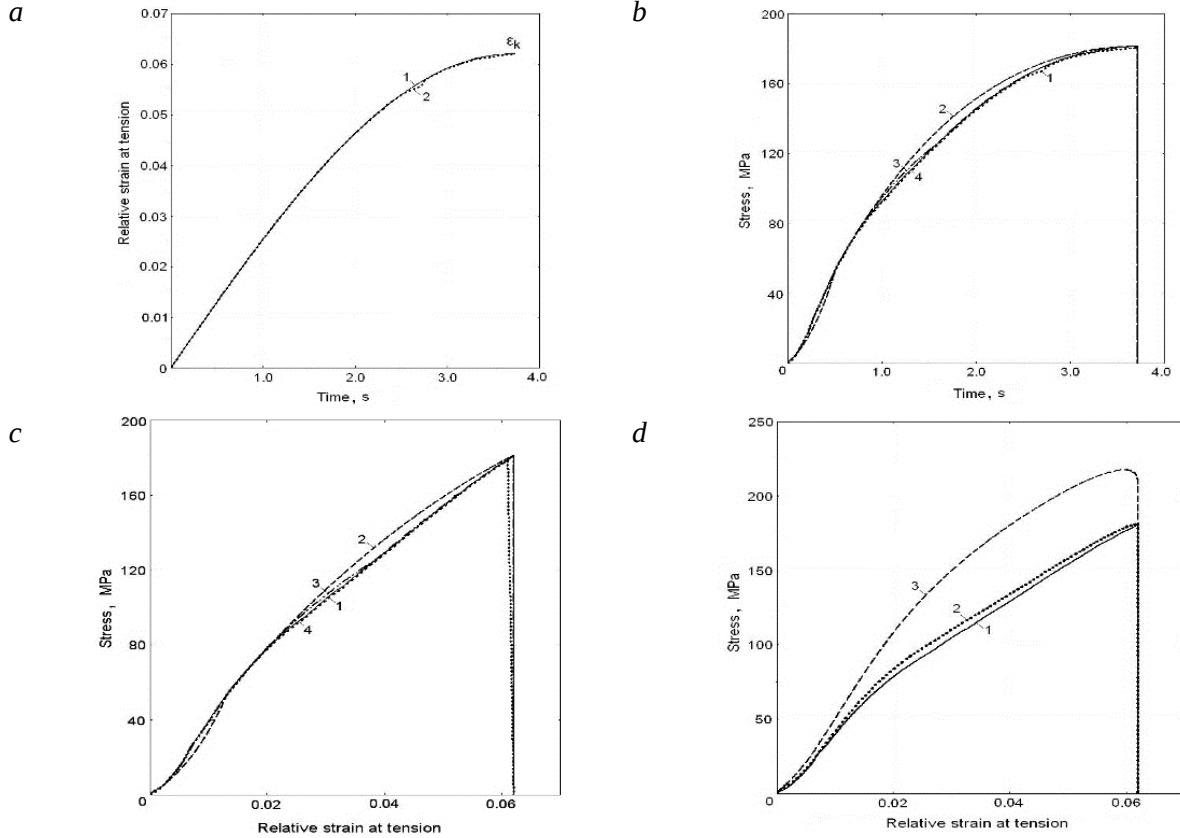


Fig. 4. Strain (a), and stress change in time (b) at tension of cotton yarn, comparison of experimental and design diagrams at tension (c), dependences $\sigma(\varepsilon)$ at various values of viscosity parameter μ_N (d)

Results of calculations and their comparison with experiment. Consider the change in longitudinal stresses in yarn $\sigma(t)$ under its extension till the breakage (fig. 4(b)). Curve 1 (black dash points) corresponds to experimental curve in fig. 2(b). Curve 2 (dash one) is obtained at approximation of test dependence $E(\varepsilon)$ by relationships (1)–(3) using only the values of ε_N , ε_θ , ε_m , ε_k , E_N , E_θ , E_m and E_k , that is, it is obtained using curve 3 in fig. 3(b). In this case design tests dependences $\sigma(t)$ agree in rather satisfactory manner. Curve 3 (dash with two points) is obtained when using curve 2 of dependence $E(\varepsilon)$ in fig. 3(b), that is, approximation of tests curve in this case occurs using ten points. In this case, the agreement between test and design curves is 98%. In case when curve 1 is used in design (fig. 3(b)), that is, at approximation of test dependence $E(\varepsilon)$, with 50 tests points, we get a 100% agreement of test and design dependences $\sigma(t)$. In these calculations an initial value of viscosity parameter is $\mu_N = 100 \text{ s}^{-1}$. Fig. 4(b) shows that after yarn break at $\varepsilon = \varepsilon_k$, the stress drops to zero.

Excluding the time from dependences $\varepsilon(t)$ and $\sigma(t)$ (fig. 4(a) and 4(b)) we would build the diagrams of yarn extension $\sigma(\varepsilon)$ (fig. 4(c)). Here curves 2-4 correspond to the same designations as in fig. 4(b). These curves differ, the same as curves 2-4 in fig. 4(b), in number of test points at approximation of test dependence $E(\varepsilon)$ by equations (1)–(3). Here, as in case of $\sigma(t)$ (fig. 4(b)) with increasing number of points used at approximation of function $E(\varepsilon)$ the accuracy of coincidence

of test and design dependences $\sigma(\varepsilon)$ is increasing too. However, the use of only 4 extreme points from test dependence $E(\varepsilon)$, also gives a satisfactory agreement of test and design curves $\sigma(\varepsilon)$ at $\mu_N = 100 \text{ s}^{-1}$ (curves 1 and 2, fig. 4(c)).

The effect of changes in values of μ_N on dependences $\sigma(\varepsilon)$ is shown in fig. 4(d). Here curve 1 corresponds to curve 1, fig. 4(c), which completely corresponds to experimental curve $\sigma(\varepsilon)$ with exception of some difference at moments close to rupture. Curve 2 is obtained at $\mu_N = 10 \text{ s}^{-1}$, and curve 3 at $\mu_N = 1 \text{ s}^{-1}$. As seen, with increasing value of yarn viscosity parameter μ_N , that corresponds to the decrease in value of coefficient of viscosity η according to equation (6), the discrepancy between test and design dependences $\sigma(\varepsilon)$ becomes significant. Design results in fig. 4(d) show that the value of μ_N for studied in experiments cotton yarn is $\mu_N = 100 \text{ s}^{-1}$.

Varying the values of μ_N at known functions $E_S(\varepsilon)$ and $E_D(\varepsilon)$ the values of μ_N may be determined on the basis of the equation of law (4). This becomes possible with discussed numeric solution of «zero-dimensional» problem. Developed program of numeric analysis equation (4) in «DELFI» environment may be used to determine the values of μ_N on the basis of comparison of test and design curves $\sigma(\varepsilon)$. Fig. 4(d) also indicates that the increase in value of coefficient of volume viscosity η (the decrease in volume viscosity parameter μ) leads to the increase in stress of yarn rupture (curves 1-3).

These results agree well with functional characteristic of volume viscosity of materials, analyzed in [48].

Analysis of nonlinear law of yarn strain with consideration of unloading. Results above show that nonlinear law of straining (4) worked on the basis of the model of standard-linear body, describes the process of yarn extension till its rupture. The agreement of test and design results is good. The occurrence of non-linear properties of straining is due to changes in strain modulus at yarn straining. Consider the work of equation (4) with equation (5), that is, with consideration of unloading. For this we would combine the analysis of equations of models (4) and (5). As noted above, yarn extension in strain range $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$ has an elastic character, in the range $\varepsilon_e < \varepsilon \leq \varepsilon_m$ elastic-plastic character, and in the range $\varepsilon_m < \varepsilon \leq \varepsilon_k$ plastic character. First consider the process of unloading in elastic portion. For this, the following changes are introduced into equation (15)

$$\varepsilon(t) = \text{abs} \left(\varepsilon_a \sin \frac{\pi t}{2t_k} \right) \quad (16)$$

Where ε_a is an amplitude (maximum value) of strain at yarn extension.

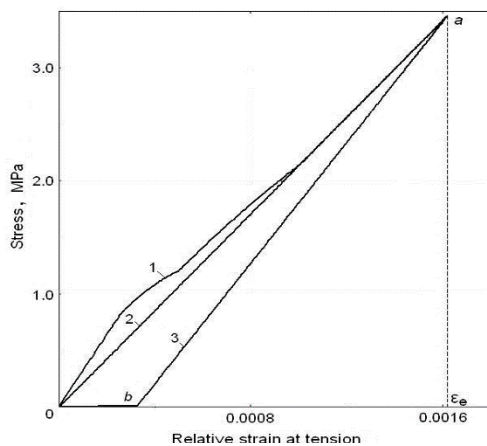


Fig. 5. Diagrams of «loading-unloading» process in strain range $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$ at $E_R = E_S$ or $E_R = E_D$.

case at $E_R = E_D$ the unloading occurs along a broken line (ab0). In viscous-elastic materials under complete cyclic loadings, a hysteresis loop is formed. From fig. 5 it is seen that at $E_R = E_S$, a hysteresis loop as such is not formed, but at $E_R = E_D$ (line 3), it is formed.

This proves that the unloading in models (4), (5) in elastic portion is taken correctly. However, in this case, when stress equals to zero, strain should also be equal to zero, that is why (under

When the strain is $\varepsilon = \varepsilon_a$ there occurs an unloading, as $d\varepsilon/dt < 0$. According to equation (16), current value of strain $\varepsilon(t)$ is always positive, as yarn works on extension only and does not work on compression.

Using equations (1)–(16), consider the yarn unloading in the interval of strain changes $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e$. Initial problems remain without changes, with exception of $\varepsilon_a = \varepsilon_e$, $\mu_N = 100 \text{ s}^{-1}$, $K_R = 1$ and the step of calculation here and later is $\Delta t = 0.001 \text{ s}$. Calculation results are given in fig. 5. Yarn loading (extension) occurs along = curve 1 (fig. 5).

When strain reaches the value of $\varepsilon_a = \varepsilon_e$ at $d\varepsilon/dt < 0$ their occurs an unloading along the line 2, at $E_R = E_S$ or along the line 3 at $E_R = E_D$. In the latter

unloading) the unloading from the point (b) is directed along the line b0. At multiple change in strain till it's critical value of $\varepsilon = \varepsilon_k$, the process «loading-unloading» occurs at $E_R = E_D$ along the curves (0ab0, fig. 5).

Change of strain itself for this case ($E_R = E_D$) is shown in fig. 6(a) (solid curve 1). Changes in strain rate corresponding to this case are shown in fig. 6(b) (curve 1). As seen from the last figures, strain in these cases is changing by half-periods of sinusoid, and strain rate unevenly at points of beginning of basic and repeated loadings. Dash curve 2 in fig. 6(a) corresponds to strain change at $E_R = E_S$. In this case some «delay» in time of strain values is observed when compared to the case $E_R = E_D$ (curve 1), this delay is related to the difference of unloading velocity along the lines 2 and 3 (fig. 5). According to these results, the law of deformation (4) and (5) works rather adequately in the portion of elastic strain of yarn.

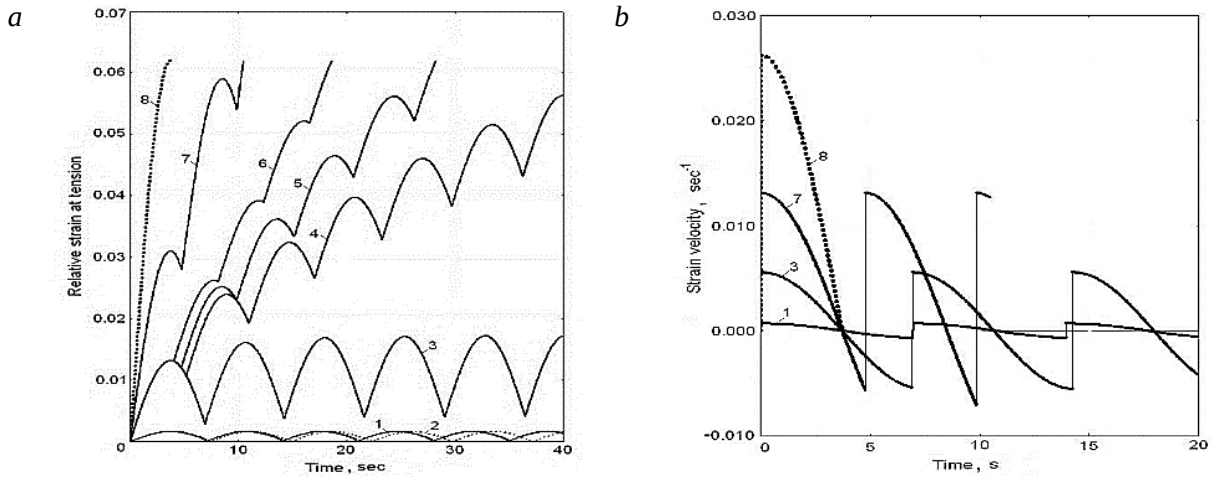


Fig. 6. Strain change at tension (a), change in strain velocity (b) under various modes of unloading

In the case, when $\varepsilon_a = \varepsilon_m$ and $K_R = 1$, that is, the unloading begins when strain reaches the value of ε_m , the changes of $\sigma(\varepsilon)$ could be seen in fig. 7(a). Here and further the unloading takes place according to equations (5), (8)–(10). Strain-time changes for this case are shown in Figure 6(a), curve 3. Strain rate changes $d\varepsilon/dt$, referring to this case, are shown in fig. 6(b) (curve 3).

On the first half-cycle the loading occurs along curve 1. When strain reaches the value of ε_m , the unloading occurs along the line 2. Reloading occurs also along the line 2 till the point (a), and then, along the line 1. In the point (b) in a new half-cycle the strain again reaches the value ε_m and there occurs the unloading along the line 3. The cyclic manner of the «loading-unloading» process goes on till the strain reaches its critical value of ε_k . At the moment when $\varepsilon = \varepsilon_k$ the rupture takes place.

Different strain change with time occurs with an increase in parameter in relation $K_R = E_R(\varepsilon) / E_D(\varepsilon)$. Changes in diagrams $\sigma(\varepsilon)$ when $K_R = 5, 10, 100$, corresponding to the curves of strain changes 4, 5, 6, fig. 6(a), are given in fig. 7 (b), (c), (d).

In these cases the values of the rest of initial data remain without changes. As seen from fig. 7(b)–(d), an increase of the slope of unloading line to the strain axis, that is, an increase in value of K_R , leads to more rapid attainment of the value of critical strain ε_k with time in the process of half-cyclic changes of yarn loading (curves 4–6, fig. 6(a)).

An increase in strain amplitude to $\varepsilon_a = 0.5\varepsilon_k$ (curve 7, fig. 6(a)) shortens the time of attainment of critical strain ε_k , at which yarn breaks (fig. 8(a)), and, finally, when $\varepsilon_a = \varepsilon_k$ (curve 8, fig. 6(a)) a critical value at $t_k = 3.72$ sec is reached on the first half-cycle of strain and yarn rupture takes place. Curve 1 fig. 4(d) corresponds to this case. The changes in strain rate $d\varepsilon/dt$, corresponding to curves 7 and 8 fig. 6(a), are given in fig. 6(b) (curves 7 and 8). As mentioned above, in yarn tensile tests on «Statimat C» device, strain rate is $d\varepsilon/dt = 0.015 \text{ s}^{-1}$. Rate value is determined from

tests results as $d\varepsilon/dt = \varepsilon_k / t_k = 0.06202/3.72 = 0.01667 \approx 0.015 \text{ s}^{-1}$. This value of strain rate is an approximate and averaged value of $d\varepsilon/dt$. Obtained from calculations and according to test changes in strain, given in fig. 4(a), strain rate changes are not constant values (curves 1, 3, 7, 8, fig. 6(b)). For curve 8 fig. 6(b), corresponding to test, maximum value is $d\varepsilon/dt = 0.026 \text{ s}^{-1}$, and averaged value is $d\varepsilon/dt = 0.013 \text{ s}^{-1}$.

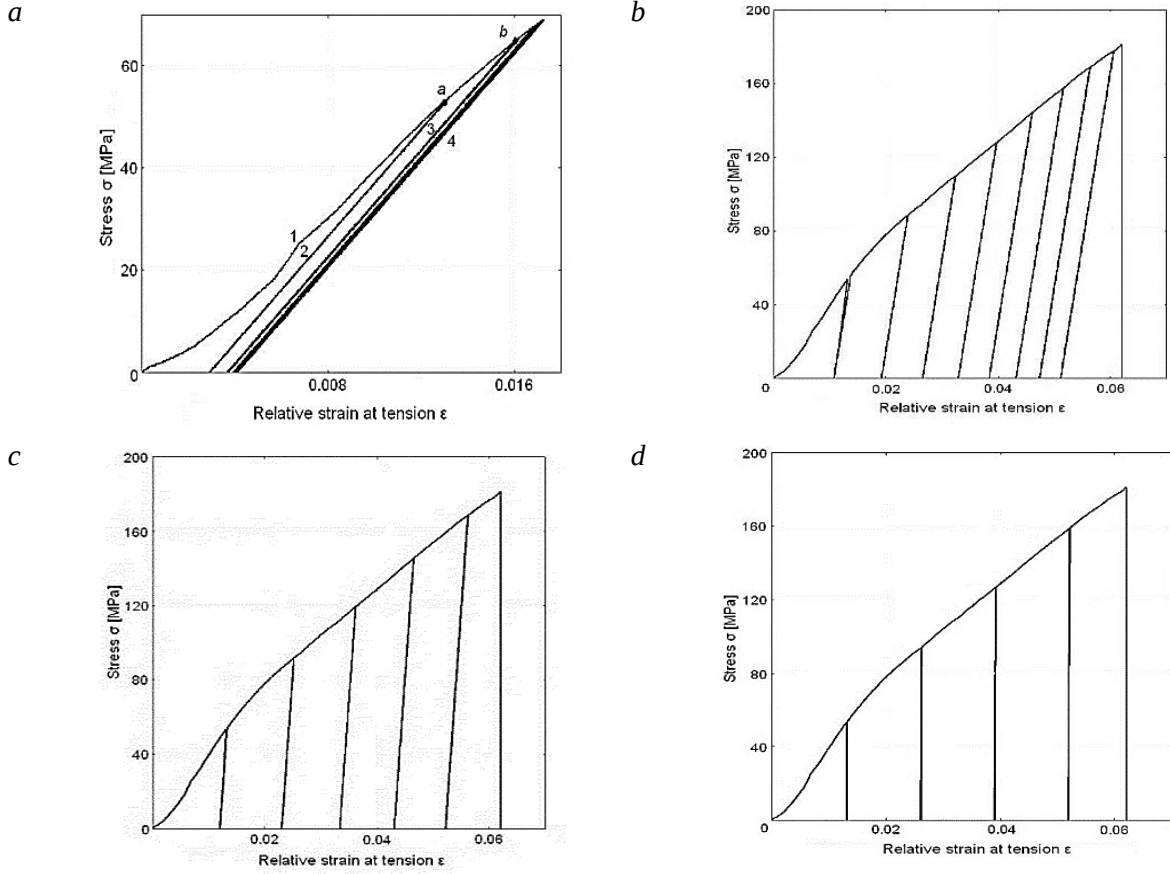


Fig. 7. “Loading-unloading” diagrams in strain range $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_g$ at $E_R = E_D -$ (a), $E_R = 5E_D -$ (b), $E_R = 10E_D -$ (c), $E_R = 100E_D -$ (d)

Design results given in fig. 6(b) indicate that yarn strain rate at extension is not a constant, it is a variable value from the very beginning of yarn extension process (fig. 6(b)).

Using the equation (4) consider the change of design diagram $\sigma(\varepsilon)$ at strain change according to linear law

$$\varepsilon = v_\varepsilon t. \quad (17)$$

Where v_ε is a strain rate at yarn extension equal to $v_\varepsilon = \varepsilon_k / t_k$.

Fig. 8(b) presents the dependences $\sigma(\varepsilon)$ at different strain rates.

The value of $\varepsilon_k = 0.06202$ is taken as in tests and stays without changes. The time of attainment of critical strain t_k is changing. Dash black points on curve 1 (Figure 8(b)) refer to the values of stresses at strain changes according to equation (17) at $v_\varepsilon = 0.01667 \text{ s}^{-1}$ at $t_k = 3.72 \text{ s}$ as in experiment. Curve 2 is obtained at strain change according to formula (16) at the same values of $\varepsilon_a = \varepsilon_k$ and t_k .

As seen from fig. 8(b) at low values of strain rate the curves $\sigma(\varepsilon)$ in both cases of strain changes with (16) and (17) coincide completely.

Curve 3 corresponds to the case, when strain rate is $v_\varepsilon = 0.01667 \text{ s}^{-1}$ in (17), ($t_k = 3.72 \text{ s}$, and ε_k remains without changes), that is, it is 10 times greater than for curve 1. In this case curve $\sigma(\varepsilon)$ is actually close to curve $\sigma(\varepsilon)$ at $v_\varepsilon = 0.01667 \text{ s}^{-1}$ (curve 1). 100 times increase of strain rate

($v_\varepsilon = 1.667 \text{ s}^{-1}$ at $t_k = 0.0372 \text{ s}$) results in essential increase of stress at linear change of strain according to equation (17). In this case the value of critical load, σ_k at which yarn breaks, becomes 15.8% greater. 1000 times increase in strain rate (curve 5, fig. 8(b)), that is, $v_\varepsilon = 16.67 \text{ s}^{-1}$ at $t_k = 0.00372 \text{ s}$, results in 93% (almost 2 times) increase in the value of σ_k . Curve 6 in fig. 8(b) corresponds to the case when strain is changed according to formula (16) at $t_k = 0.00372 \text{ s}$.

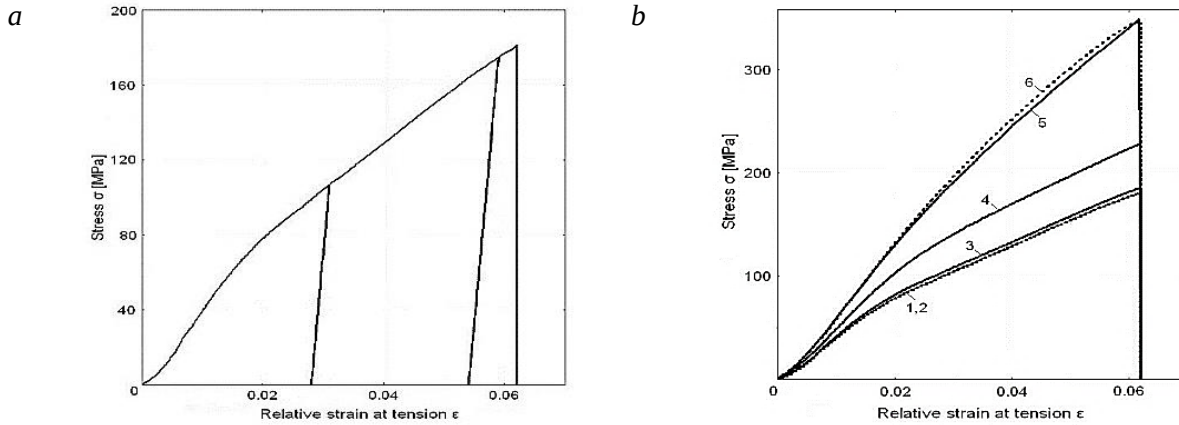


Fig. 8. "Loading-unloading" diagrams in strain range $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k/2$ at $E_R = 10E_D$ – (a), Strain velocity effect on dependence $\sigma(\varepsilon)$ – (b).

As seen in fig. 8(b), at high strain rates as well as at low ones the changes of $\sigma(\varepsilon)$ are practically the same (curves 5,6 and curves 1,2). However, as expected, the increase in strain rate leads to the increase in breaking load σ_k at a constant ε_k . As mentioned above, the independence of the value of ε_k on strain rate was proved experimentally [36].

According to results shown in fig. 8(b), the dependences $\sigma(\varepsilon)$ obtained at strain changes with equations (16) and (17) practically do not differ at different rates of yarn extension. Decrease in loading time or increase in strain rate leads to yarn break at essentially great stresses.

Analysis results of the proposed physically nonlinear law of yarn straining show that equations (4) and (5) together with determinant relations (1)–(3) and (6)–(14) correspond to analysis results of experiments on tensile strength of yarn. The proposed law describes the process of «loading-unloading» at half-cyclic or variable changes of strain-time.

Conclusions. The paper presents a physically nonlinear law of yarn strain at extension. The law is developed on the basis of experimental diagrams of cotton yarn extension on «Statimat C» device. It is considered, that nonlinear strain properties of yarn are the results of structure changes at yarn extension. The change in yarn structure leads to the change in its mechanical characteristics. Hence, from experimental dependences of longitudinal stresses on longitudinal strains of yarn $\sigma(\varepsilon)$ the curvilinear dependences of yarn strain modulus changes on the values of strain itself $E(\varepsilon)$ were obtained.

A method of numeric approximation of complex dependence $E(\varepsilon)$ was offered.

On the basis of the model of standard-linear body, a physically non-linear law of yarn extension was offered, where strain modulus and coefficient of volume viscosity of cotton yarn are the strain functions.

Offered law also includes nonlinear equation of unloading, where the unloading modulus is also a strain function. The totality of presented equations constitutes a physically nonlinear elastic-viscous-plastic law of yarn straining.

Numeric analysis of the proposed law of yarn straining shows its agreement to tests results obtained at yarn extension till the break. Logical adequacy of a given law under different modes of straining with unloading is shown.

Results obtained in the paper have shown that the proposed physically non-linear elastic-viscous-plastic law describes the nonlinear process of yarn straining at extension and explains the reasons of nonlinear properties of material.

So, the proposed law may serve as a basis to solve applied problems of the strength of textile yarns and threads, subjected to the effect of quasi-static and dynamic loads, appearing in technological processes of textile production.

REFERENCES

- [1] *Seyam A.M., Lee J.H., Hondge G., Oxenham W., Grant E.* Warp Break Detection in Jacquard Weaving Using Micro-Electro-Mechanical Systems: Effect of Yarn Type // *Text Res J.* Vol.78. 2008. P. 664–670.
- [2] *Morton W.E., Hearle J.W.* Physical Properties of Textile Fibers. 3th ed. Manchester: Textile Institute, 1993.
- [3] *Kaush H.H.* Polymer Fracture. New York: Springer Verlag, 1978.
- [4] *Shcherbakov V.P.* Applied and Structural Mechanics of Fiber Materials. Moscow: MGUDT, 2013. P. 304.
- [5] *Huh Y., Kim Y.R., Oxenham W.* Analyzing Structural and Physical Properties of Ring, Rotor and Friction Spun Yarns // *Text Res J.* 2002. #72. P. 156–163.
- [6] *Morton W.E.* The Arrangement of Fibers in Single Yarns // *Text Res J.* Vol.26. 1956. P. 325–331.
- [7] *Morton W.E., Summers R.J.* Fiber Arrangement in card slivers // *Text Res J.* Vol.40. 1949. P. 106–116.
- [8] *Morton W.E., Lund G.V.* The Blending of Viscose Rayon and Other Fibers with Particular Reference to the Cotton System of Processing // *Text Res J.* Vol.43. 1952. P. 375–390.
- [9] *Hearle J.W., Gupta B.S., Merchant V.B.* Migration of Fibers in Yarns. Part I: Characterization and Idealization of Migration Behavior // *Text Res J.* Vol.35. 1965. P. 329–334.
- [10] *Hearle J.W., Bose O.N.* Migration of Fibers in Yarns. Part II: A Geometrical Explanation of Migration // *Text Res J.* Vol.35.1965. P. 693–699.
- [11] *Hearle J.W., Gupta B.S.* Migration of Fibers in Yarns. Part III: A Study of Migration in Staple Fibers Rayon Yarn // *Text Res J.* Vol.35. 1965. P. 778–795.
- [12] *Hearle J.W., Gupta B.S.* Migration of Fibers in Yarns. Part IV: A Study of Migration in a Continuous Filament Yarns // *Text Res J.* Vol.35.1965. P. 885–889.
- [13] *Hearle J.W., Merchant V.B.* Interchange of Position among the Components of a Seven-ply Structure: Mechanism of Migration // *J. Text Inst.* Vol.53. 1962. P. 1537–1552.
- [14] *Aly El-Sheikh, Becker S.* The Mechanics of Fiber Migration. Part I: Theoretical Analysis // *Text Res J.* Vol.42. 1972. P. 137–146.
- [15] *Gupta B.S.* Structural Studies in Continuous-Filament Yarns. Part I: Studies in Model Ribbon Yarns. *Text Res J.* Vol.44. 1974. P. 125–135.
- [16] *Gupta B.S.* Structural Studies in Continuous-Filament Yarns. Part II: Studies in Circular Yarns // *Text Res J.* Vol.46. 1976. P. 8–16.
- [17] *Gupta B.S., Chang P.T.* Structural Studies in Continuous-Filament Yarns. Part III: Studies with Fiber Friction as a Variable // *Text Res J.* Vol.46.1976. P. 90–99.
- [18] *Nanjundayya C.* Single-Yarn Ballistic Work of Rupture and its Application for the Estimation of Spinning Value of a Cotton // *Text Res J.* Vol.35. 1965. P. 795–801.
- [19] *Toda M., Glubovska K.E., Ciesielska-Wrobel I.L.* Micro-CT Supporting Structural Analysis and Modeling of Ropes Made of Natural Fibers // *Text Res J.* Published online. 2015. October 5. P. 1–14.
- [20] *Van Langenhove L.* Simulating the Mechanical Properties of a Yarn Based on the Properties and Arrangement of its Fibers. Part I: The Finite Element Model // *Text Res J.* 1997. P. 263–268.
- [21] *Van Langenhove L.* Simulating the Mechanical Properties of a Yarn Based on the Properties and Arrangement of its Fibers. Part II: Results of Simulations // *Text Res J.* Vol.67. 1997. P. 342–347.
- [22] *Van Langenhove L.* Simulating the Mechanical Properties of a Yarn Based on the Properties and Arrangement of its Fibers. Part III: Practical Measurements // *Text Res J.* Vol.67.1997. P. 406–412.
- [23] *Weiyu He, Shaorui Zhang, Xungai Wang.* Mechanical Behavior of Irregular Fibers. Part I: Modeling the Tensile Behavior of Linear Elastic Fibers // *Text Res J.* Vol.71. 2001. P. 556–560.
- [24] *Weiyu He, Xungai Wang, Shaorui Zhang.* Mechanical Behavior of Irregular Fibers. Part II: Nonlinear Tensile Behavior // *Text Res J.* Vol.71. 2001. P. 939–942.
- [25] *Shah D.U., Schubel P.J., Clifford M.J.* Modeling the Effect of Yarn Twist on the Tensile Strength of Unidirectional Plant Fiber Yarn Composites // *J. Compos Mater.* Vol.47. 2013. P. 425–436.
- [26] *Migushov I.I.* Mechanics of Textile Thread and Fabric. Moscow: Light Industry, 1980.
- [27] *Steinberger R.L.* Elastic and Plastic Properties of Textile Fibers. Part I. The Stress Strain Relation in Textile Fibers: Review of Literature; Experimental Procedure; Discussion of Result // *Text Res J.* 1934. P. 207–234.
- [28] *Steinberger R.L.* Elastic and Plastic Properties of Textile Fibers. Part II. The Stress Strain Relation in Textile Fibers: Improved Technique; Application of Maxwell's Flow Equation to the Present Study // *Text Res J.* Vol.4. 1934. P. 271–285.
- [29] *Steinberger R.L.* Elastic and Plastic Properties of Textile Fibers. Part III. Swelling of Cotton and Cellulose Acetate When Exposed to Air at Various Relative Humidities // *Text Res J.* Vol.4. 1934. P. 331–347.
- [30] *Steinberger R.L.* The Stress-Strain Relation in Celanese Single Fibers. Control of Conditions for Reproducible Results // *Text Res J.* Vol.4. 1934. P. 543–554.
- [31] *Collins J.D., Chaikin M.* The Longitudinal Rheological Behavior of Non-uniform Fibers // *Text Res J.* Vol.35. 1965. P. 679–693.
- [32] *Collins J.D., Chaikin M.* The Stress-Strain Behavior of Dimensionally and Structurally Non-uniform Wool Fibers in Water // *Text Res J.* Vol.35. 1965. P. 777–787.
- [33] *Collins J.D., Chaikin M.* A Theoretical and Experimental Analysis of the General Wool Fiber Stress-Strain Behavior with Particular Reference to Structural and Dimensional Non-uniformities // *Text Res J.* Vol.39. 1969. P. 121–140.
- [34] *Longree M., Bernardin C., Delfosse P., Lemaire P., Paquet B., Knott J.* Characterizing Single Fibers With a Profile Meter //

Text Res J. Vol.9. 1999. P. 352–356.

- [35] Banky E.S., Slen S.B. Note on the Effect of No uniformity of the Cross-Sectional Area upon the Tensile Behavior of Wool Fibers // Text Res J. Vol.25. 1955. P. 358–361.
- [36] Jounes A., Sonkarn V., Seidel A., Waldmann M., Cherif Ch., Hausding J. Stress-Strain Behavior of Carbon Filament Yarns under High Strain Rates // Text Res J. Vol.82. 2012. P. 685–699.
- [37] Zorowski C.F., Murayama T. Wave Propagation and Dynamic Modulus in Continuous-Filament Twisted Yarn 1. Part I: Low Initial Yarn Tension // Text Res J. Vol.37. 1967. P. 852–860.
- [38] Nosraty H., Jeddi Ali A.A., Avanaki Jamshidi M. Fatigue Behavior of Filament Warp Yarns under Cyclic Loads during Weaving Process // Text Res J. Vol.79. 2009. P. 154–165.
- [39] Jinjiang Jan, Fumei Wang, Bugao Xu. Visco-elasto-plastic Modeling of Compression Behaviors of Kapok Fibrous assembly // Text Res J. Vol. 84. 2014. P. 1761–1775.
- [40] Perepelkin K.E. Structure and Structural Mechanics of Polymeric Fibers: Modern Conceptions // J. Chemical Fibers. Vol.1. 2009. P. 11–20.
- [41] Manish A.M., Castellar M.D. Elastic Recovery and Inverse Relaxation of Polyester Staple Fiber Rotor Spun Yarns // Text Res J. Vol.62. 1992. P. 196–199.
- [42] Pociene R., Vitkauskas A. Inverse Stress Relaxation in Textile Yarns After the Blockade of Viscoelastic Recovery // J. Mater Sci. Vol.13. 2007. P. 240–244.
- [43] Maatoug S., Ladhari N., Sakli F. Viscoelastic Behavior of Starch Sized Warps // J. Appl Sci Vol.7. 2007. P. 2376–2379.
- [44] Shi Fengjun. Modeling Stretching-Relaxation Properties of Yarns // J. Fibres Text East Eur. Vol.21. 2013. P. 51–55.
- [45] Ismailova S.I., Sultanov K.S. Nonlinear Deformation Laws for Composite Threads in Extension // J. Mech Solids. Vol.5. 2015. P. 578–592.
- [46] Sultanov K.S. A Non-linear Law of Deformation of Soft Soils // J. Appl Math Mech. Vol.62. 1998. P. 465–472.
- [47] Sultanov K.S. The Attenuation of Longitudinal Waves in Non-linear Viscoelastic Media // J. Appl Math and Mech. Vol.66. 2002. P. 115–122.
- [48] Lukiyanova A.S. Fluids Bulk Viscosity: Current and Analytical Conceptions and Prospect of Their Development // J. Refr Eng Technol. Vol.51. 2015. P. 21–29.

Дата поступления
28.02.2022

К.С. Султанов, С.И. Исмоилова, Т.Я. Хазратова. Пахта ипининг деформацияланишини ночизикли қонуни-ятлари

Аннотация: Пахта ипининг узилишига чўзилишини тажрибаларда тадқиқ этилиб, «чўзувчи куч-деформация» диаграммасининг чиқиқсиз ўзгариши сабаби, ипининг чўзилиши жараёнида унинг механик ҳоссалари, жумладан, деформация модулининг ўзгариши эканлиги аниқланди. Эйрингнинг умумлаштирилган модели (стандарт ёпишқоқ эластик жисм) асосида пахта ипининг физик ночизик чўзилиши қонуни ишлаб чиқилди. Ушбу қонунга кўра деформация модули ва ҳажмий ёпишқоқлик коэффициентлари деформациянинг функцияларидир. Динамик кучлар таъсиридан пахта ипининг чўзилишида ҳосил бўладиган кучланиш-деформация ҳолатига, унинг эластиклик, ёпишқоқлик ва пластиклик хусусиятлари таъсирининг сифат ва сон даражалари кўрсатилди.

Калит сўзлар: пахта ипи; ўзгарувчан деформация модули; ночизик чўзилиши қонуни; юкланиш; юксизланиш; критик юкланиш; ипининг узилиши тезлиги.

К.С. Султанов, С.И. Исмоилова, Т.Я. Хазратова. Нелинейные законы деформации хлопковой пряжи

Аннотация: На основе серийных экспериментов по растяжению пряж с различными линейными плотностями до обрыва установлено, что причиной проявления нелинейности диаграмм «растягивающая сила-деформация» является в основном причиной изменения модуля деформации пряжи в процессе ее растяжения. На основе обобщенной модели Эйринга (стандартное вязкоупругое тело) разработан физически нелинейный закон растяжения пряжи, где модуль деформации и коэффициент объемной вязкости являются функциями деформации. Показано влияние упругих, вязких и пластических свойств пряжи на качественную и количественную картину напряжённо-деформированного состояния при растяжении и разгрузке под действием полуволновых и нерегулярных динамических нагрузок.

Ключевые слова: хлопчатобумажная пряжа; переменный модуль деформации; нелинейный закон растяжения; нагружение; разгрузка; критическая нагрузка; скорость разрыва пряжи.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В ДЕФОРМАЦИЯХ**А.А. Халджигитов¹, У.З. Джумаёзов²**¹Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан²Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий,

Самарканд, Узбекистан

E-mail: a.xoldjigitov@nuu.uz.

Аннотация: В статье уравнение совместности деформаций, в отличие от уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях, записано в виде шести дифференциальных уравнений относительно деформаций. Показано, что дифференциальные уравнения деформаций совместно с уравнениями равновесия, записанным относительно деформаций и закона Гука, а также с тремя граничными условиями, составляют неполную краевую задачу в деформациях. Установлено, что для замыкания краевой задачи необходимо рассматривать уравнения равновесия в качестве граничных условий. Более детально рассмотрен случай плоской деформации. Построены симметричные конечно-разностные уравнения и решен численно ряд примеров по методу последовательных приближений. Достоверность результатов обоснована сравнением численных результатов с точным решением, а также решением задачи о растяжении пластины с противоположных сторон параболической нагрузкой.

Ключевые слова: деформация; упругость; напряжения; уравнения равновесия; краевая задача; итерационный метод.

Введение. Обычно задачи по определению напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций и их элементов в механике деформируемого твердого тела сводятся к решению статической (динамической) краевой задачи относительно перемещений. При этом деформации и напряжения определяются по соотношениям Коши и закону Гука, согласно известным перемещениям.

Краевые задачи в напряжениях, основанные на уравнениях Бельтрами – Митчелла [1], является объектом исследования многочисленных работ [2–20]. Среди них можно отметить работы Б.Е. Победри [3–15], где предложена новая постановка краевой задачи теории упругости в напряжениях. В частном случае из новой постановки следуют классические уравнения Бельтрами–Митчелла. Динамические краевые задачи относительно напряжений рассмотрены в работе Н.Н.Коновалова [10]. Формулировка краевой задачи относительно деформаций является малоизученной областью механики деформируемого твердого тела. Уравнения совместности деформаций, следуя уравнениям Бельтрами-Митчелла, могут быть записаны в виде системы шести дифференциальных уравнений относительно деформаций [1]. Эти уравнения в сочетании с тремя уравнениями равновесия и граничными условиями составляют краевую задачу теории упругости в деформациях. Задача в новой постановке относительно деформаций также рассмотрена в работах Победри [3,5,7].

Таким образом, формулировка и решение краевых задач теории упругости относительно деформаций являются важной актуальной задачей механики деформируемого твердого тела.

Постановка краевой задачи теории упругости в деформациях. Известно [7], что краевая задача теории упругости для изотропных состоит из уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} + X_i = 0, \quad (1)$$

закона Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3)$$

граничных условий

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad (4)$$

$$\sigma_{ij}n_j|_{\Sigma_2} = S_i, \quad (5)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений; ε_{ij} – тензор деформаций; u_i – перемещения; λ, μ – упругие постоянные Ламе; θ – шаровая часть тензора деформаций; S_i – поверхностная нагрузка; X_i – объёмные силы; δ_{ij} – символ Кронекера.

С помощью соотношений (2) и (3) уравнение равновесия может быть записать относительно перемещений [1], т.е.

$$\mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \theta_{,i} + X_i = 0, \quad (6)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа; $\theta = \varepsilon_{kk}$.

Продифференцировав уравнение (6) по x_j , т.е.

$$\mu \nabla^2 u_{i,j} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + X_{i,j} = 0, \quad (7)$$

и, поменяв в (7) местами индексы i и j

$$\mu \nabla^2 u_{j,i} + (\lambda + \mu) \theta_{,ji} + X_{j,i} = 0, \quad (8)$$

сложив уравнения (7) и (8), можно найти [1], что

$$\mu \nabla^2 \varepsilon_{ij} + (\lambda + \mu) \theta_{,ij} + \frac{1}{2} (X_{i,j} + X_{j,i}) = 0, \quad (9)$$

Уравнение (9) составляет систему шести дифференциальных уравнений относительно тензора деформаций. Присоединяя к уравнению (9) граничные условия, выраженные относительно деформаций, т.е.

$$u_i(\varepsilon_{ij})|_{\Sigma_1} = u_i^0, \quad (10)$$

$$(\lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}) n_j |_{\Sigma_2} = S_i, \quad (11)$$

получим краевую задачу теории упругости относительно деформаций.

Заметим, что уравнение (9) с помощью закона Гука и уравнений равновесия может быть найдено из следующего уравнения совместности деформаций [1]:

$$\nabla^2 \varepsilon_{ij} + \theta_{,ij} - \varepsilon_{ik,kj} - \varepsilon_{jk,ki} = 0, \quad (12)$$

Уравнения (9 – 11) представляют краевую задачу теории упругости относительно деформаций.

Наиболее важными для практической точки зрения являются краевая задача с естественными граничными условиями (11). В этом случае, следуя уравнениям Бельтрами – Митчелла [1], для замыкания системы дифференциальных уравнений в качестве недостающих граничных условий к ним необходимо присоединить три уравнения равновесия, рассматриваемые на границе заданной области, т.е.

$$(\sigma_{ij,j}(\varepsilon_{ij}) + X_i)_{\Sigma} = 0. \quad (13)$$

Таким образом, уравнения (9), (11) и (13) представляют краевую задачу теории упругости в деформациях.

Плоская краевая задача в деформациях. Рассмотрим уравнения (9), в случае плоской деформации, и при отсутствии массовых сил, т.е.

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} = 0, \quad (14)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} = 0, \quad (15)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y} \right) = 0, \quad (16)$$

Подставляя закон Гука (2) в уравнение равновесия (1), в двумерном случае можно найти, что

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} = 0, \quad (17)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x^2} = 0, \quad (18)$$

Можно показать, что уравнения (14) и (15) являются эквивалентными уравнению совместности деформаций. Для этого продифференцируем уравнения равновесия (17) и (18) по x и y соответственно т.е.

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} = -2\mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y}, \quad (19)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} = -2\mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y}, \quad (20)$$

С учетом соотношений (19–20) уравнения (14) и (15), соответственно, могут быть приведены к виду

$$-2\mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} = 0, \quad (21)$$

$$-2\mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} = 0, \quad (22)$$

Сложив эти два уравнения, можно найти, что

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y}, \quad (23)$$

которое является известным условием совместности для двумерных задач.

Заметим, что, сложив уравнения равновесия (19) и (20), т.е.

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} = -(1 + \frac{\lambda}{2\mu}) (\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial y^2}) - \frac{\lambda}{2\mu} (\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x^2}), \quad (24)$$

и, подставляя полученное выражение в (23), можно найти следующее гармоническое уравнение:

$$\nabla^2 (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) = 0, \quad (25)$$

Теперь, рассматривая уравнение (16), совместно с уравнениями равновесия (17) и (18), можно сформулировать плоскую краевую задачу теории упругости в деформациях относительно деформаций ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} , т.е.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x} &= 0, \\ \mu (\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial y^2}) + (\lambda + \mu) (\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x \partial y}) &= 0, \end{aligned} \quad (26)$$

с соответствующими граничными условиями

$$\begin{aligned} (\sigma_{11} n_1 + \sigma_{12} n_2) |_{\Gamma} &= S_1, \\ (\sigma_{21} n_1 + \sigma_{22} n_2) |_{\Gamma} &= S_2, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu\varepsilon_{11}, \\ \sigma_{22} &= \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu\varepsilon_{22}, \\ \sigma_{12} &= 2\mu\varepsilon_{12},\end{aligned}$$

Для замыкания краевой задачи (26–27) к ним следует добавить, уравнения равновесия (17-18) в качестве граничных условий, т.е.

$$\left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} \right] \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (28)$$

$$\left[(\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} \right] \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (29)$$

где Γ – граница заданной области. Таким образом, уравнения (26–29) представляют плоскую краевую задачу теории упругости относительно деформаций.

Граничные условия (27–29) рассмотрим более детально для прямоугольной области. Пусть прямоугольник находится под действием растягивающих усилий с двух сторон по оси OY , остальные стороны свободны от нагрузок, т.е.

$$\begin{aligned}\text{при } x=0, l_1: \sigma_{11} \Big|_{x=0, l_1} &= 0, \quad \sigma_{12} \Big|_{x=0, l_1} = 0, \\ \text{при } y=0, l_2: \sigma_{22} \Big|_{y=0, l_2} &= 0, \quad \sigma_{21} \Big|_{y=0, l_2} = 0,\end{aligned} \quad (30)$$

Тогда с помощью закона Гука [2]

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E_1} \sigma_{11} - \frac{\nu_1}{E} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{E_1} \sigma_{22} - \frac{\nu_1}{E} \sigma_{11}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2\mu} \sigma_{12}, \quad (31)$$

где

$$E_1 = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu^2} & \text{состояние плоской деформации} \\ E & \text{плоское напряженное состояние} \end{cases} \quad \nu_1 = \begin{cases} \frac{\nu}{1-\nu} & \text{с.п.д} \\ \nu & \text{п.н.с} \end{cases}$$

можно найти следующие выражения для деформаций:

$$\varepsilon_{22} \Big|_{y=0} = \frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12} \Big|_{y=0} = 0, \quad (32)$$

$$\varepsilon_{22} \Big|_{y=l_2} = -\frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12} \Big|_{y=l_2} = 0,$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} \Big|_{x=0} &= 0, \quad \varepsilon_{21} \Big|_{x=0} = 0, \\ \varepsilon_{11} \Big|_{x=l_1} &= 0, \quad \varepsilon_{21} \Big|_{x=l_1} = 0,\end{aligned} \quad (33)$$

Из дополнительных граничных условий (29) при $y=0, l_2$ для ε_{11} можно найти следующие граничные условия:

$$\left[\frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial y} \right] \Big|_{y=0, l_2} = - \left[\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\partial \varepsilon_{21}}{\partial x} \right] \Big|_{y=0, l_2}, \quad (34)$$

Заметим, что ε_{22} в первом слагаемом граничном условии (29)₂ при $y=0, l_2$ не зависит от аргумента y . Аналогично при $x=0, l_1$ из уравнения (28) для ε_{22} можно найти следующее условие:

$$\left[\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} \right] \Big|_{x=0, l_1} = - \left[\frac{2\mu}{\lambda} \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial y} \right] \Big|_{x=0, l_1}. \quad (35)$$

Заметим, что дополнительные граничные условия (34–35) полученные на основе уравнений равновесия (28–29) позволяют замкнуть краевую задачу (26–29).

Конечно-разностные уравнения и методы их решения. Теперь переходим к численному решению краевой задачи (26–29). Для этого краевую задачу рассмотрим в прямоугольнике $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$ и для построения сеточной области проведём два семейства параллельных прямых $x_i = ih_1$ ($i = \overline{0, n}$), $y_j = jh_2$ ($j = \overline{0, n}$), где $h_k = l_k / N_k$, $k = 1, 2$. Для уравнения (26)₁, с

целью построения симметричных разностных уравнений рассмотрим два варианта разностных уравнений, а именно: соответственно правой и левой производными для первого слагаемого, т.е.

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} - \varepsilon_{ij}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\varepsilon_{ij}^{11} - \varepsilon_{i,j-1}^{11}}{2h_1} + \lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} &= 0, \end{aligned} \quad (36)$$

Решая уравнения (36) относительно ε_{ij}^{11} ; получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{11} &= \varepsilon_{i+1,j}^{11} + \frac{2h}{\lambda + 2\mu_1} \left(\lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} \right), \\ \varepsilon_{ij}^{11} &= \varepsilon_{i-1,j}^{11} - \frac{2h}{\lambda + 2\mu_1} \left(\lambda \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{22} - \varepsilon_{i-1,j}^{22}}{2h_1} + 2\mu \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{2h_2} \right), \end{aligned} \quad (37)$$

Сложив эти два уравнения, можно найти, что

$$\varepsilon_{i,j}^{11} = \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{11} + \varepsilon_{i-1,j}^{11}}{2}, \quad (38)$$

Аналогично из уравнения (26) для ε_{ij}^{22} получим

$$\varepsilon_{i,j}^{22} = \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{22} + \varepsilon_{i,j-1}^{22}}{2}, \quad (39)$$

В уравнении (27), заменяя производные с соответствующими разностными отношениями, получим следующее конечно-разностное уравнение;

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{i,j}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1h_2} + \\ + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} - 2\varepsilon_{i,j}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1h_2} = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

Разрешая последнее уравнение относительно $\varepsilon_{i,j}^{12}$, можно найти, что

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,j}^{12} &= \left(K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{11} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{11} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{11} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{11}}{4h_1h_2} + \frac{\varepsilon_{i+1,j}^{12} + \varepsilon_{i-1,j}^{12}}{h_1^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varepsilon_{i,j+1}^{12} + \varepsilon_{i,j-1}^{12}}{h_2^2} + K \frac{\varepsilon_{i+1,j+1}^{22} - \varepsilon_{i+1,j-1}^{22} - \varepsilon_{i-1,j+1}^{22} + \varepsilon_{i-1,j-1}^{22}}{4h_1h_2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \end{aligned} \quad (41)$$

Таким образом, нетрудно заметить, что конечно-разностные уравнения рекуррентного типа (38), (39) и (41) позволяют найти искомые величины ε_{ij}^{11} , ε_{ij}^{22} и ε_{ij}^{12} на основе следующего итерационного процесса [3]:

$$\varepsilon_{11,i,j}^{(k+1)} = \frac{\varepsilon_{11,i+1,j}^{(k)} + \varepsilon_{11,i-1,j}^{(k)}}{2}, \quad \varepsilon_{22,i,j}^{(k+1)} = \frac{\varepsilon_{22,i,j+1}^{(k)} + \varepsilon_{22,i,j-1}^{(k)}}{2}, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12,i,j}^{(k+1)} &= \left(K \frac{\varepsilon_{11,i+1,j+1}^{(k)} - \varepsilon_{11,i+1,j-1}^{(k)} - \varepsilon_{11,i-1,j+1}^{(k)} + \varepsilon_{11,i-1,j-1}^{(k)}}{4h_1h_2} + \frac{\varepsilon_{12,i+1,j}^{(k)} + \varepsilon_{12,i-1,j}^{(k)}}{h_1^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varepsilon_{12,i,j+1}^{(k)} + \varepsilon_{12,i,j-1}^{(k)}}{h_2^2} + K \frac{\varepsilon_{22,i+1,j+1}^{(k)} - \varepsilon_{22,i+1,j-1}^{(k)} - \varepsilon_{22,i-1,j+1}^{(k)} + \varepsilon_{22,i-1,j-1}^{(k)}}{4h_1h_2} \right) / \left(\frac{2}{h_1^2} + \frac{2}{h_2^2} \right), \end{aligned} \quad (43)$$

где $K=1+\lambda/2\mu$, k – номер итерации. Граничные условия имеют следующей вид:

$$\varepsilon_{22\ i0}^{(0)} = \frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12\ i0}^{(0)} = 0, \quad (44)$$

$$\varepsilon_{22\ iN_2}^{(0)} = -\frac{1}{E_1} \sigma_{22}, \quad \varepsilon_{12\ iN_2}^{(0)} = 0,$$

$$\varepsilon_{11\ 0j}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{21\ 0j}^{(0)} = 0, \quad (45)$$

$$\varepsilon_{11\ N_1j}^{(0)} = 0, \quad \varepsilon_{21\ N_1j}^{(0)} = 0.$$

и дополнительные граничные условия для $\varepsilon_{11}^{(k)}|_{y=0,l_2}$ и $\varepsilon_{22}^{(k)}|_{x=0,l_1}$ находятся из уравнений (34) и (35) и имеют вид:
при $y=0$ и $y=l_2$

$$\varepsilon_{11\ i0}^{(0)} = \varepsilon_{11\ i1}^{(0)} + \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ i+1,0}^{(0)} - \varepsilon_{12\ i-1,0}^{(0)}}{h_1}, \quad (46)$$

$$\varepsilon_{11\ iN_2}^{(0)} = \varepsilon_{11\ i,N_2-1}^{(0)} - \frac{\mu h_2}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ i+1,N_2}^{(0)} - \varepsilon_{12\ i-1,N_2}^{(0)}}{h_1},$$

при $x=0$ и $x=l_1$

$$\varepsilon_{22\ 0,j}^{(0)} = \varepsilon_{22\ 1,j}^{(0)} + \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{0,j+1}^{12} - \varepsilon_{0,j-1}^{12}}{h_2}, \quad (47)$$

$$\varepsilon_{22\ N_1,j}^{(0)} = \varepsilon_{22\ N_1-1,j}^{(0)} - \frac{\mu h_1}{\lambda} \frac{\varepsilon_{12\ N_1,j+1}^{(0)} - \varepsilon_{12\ N_1,j-1}^{(0)}}{h_2}.$$

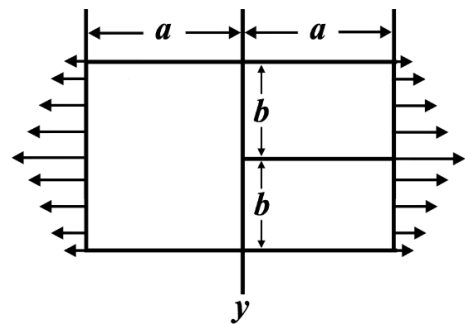
Заметим, что важную роль играют симметричные соотношения (38–39), полученные из конечно-разностных аналогов уравнений равновесия. Сходимость итерационного метода (42–47) обеспечивается в рамках обобщенной теоремы Самарского [19] о сходимости итерационных методов. Нетрудно заметить по соотношениям (42–43) также выполнение условия диагонального преобладания для системы конечно-разностных уравнений.

Численные примеры. Обоснуем справедливости сформулированной краевой задачи в деформациях и предлагаемого численного метода решения конечно-разностных уравнений. Заметим, что граничные и дополнительные граничные условия являются уравнениями относительно искомых величин в граничных узловых точках. Таким образом, уравнения, определенные во внутренних точках и на границе заданной области, как система уравнений решаются методом последовательных приближений типа Зейделя [18,19]. При нулевом приближении $k=0$ искомые величины считаются тривиальными. На основе изложенной методики решен ряд двумерных задач для прямоугольной области с различными граничными условиями.

Задача о растяжении прямоугольной пластины под действием параболической нагрузки. Пусть прямоугольная пластина размером $(2a, 2b)$ находится под действием одноосной нагрузки параболической формы, приложенной по противоположным сторонам перпендикулярным к оси OX (рисунк). Остальные грани свободны от нагрузок, т.е.

$$\text{при } x = \pm a: \sigma_{11} = S_0 \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right), \quad \sigma_{12} = 0, \quad (48)$$

$$\text{при } y = \pm b: \sigma_{22} = 0, \quad \sigma_{21} = 0. \quad (49)$$



Растяжение прямоугольной пластины под действием параболической нагрузки

Исходные данные параметров имели следующие значения: $\lambda=0.78$, $\mu=0.5$, $S=1$, $N_1=N_2=10$, $a=1$, $b=1$, $h=0.2$.

Численные значения компоненты тензора деформаций ε_{11} , полученные, согласно соотношениям (42–47), приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения компоненты тензора деформаций ε_{11} по методу итерации

Показатель	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0.0$	$x=0.2$	$x=0.4$	$x=0.6$	$x=0.8$	$x=1$
$y=-1$	0.0000	0.2418	0.2394	0.2371	0.2362	0.2353	0.2362	0.2371	0.2394	0.2418	0.0000
$y=-0.8$	0.2447	0.2418	0.2394	0.2371	0.2362	0.2353	0.2362	0.2371	0.2394	0.2418	0.2447
$y=-0.6$	0.4350	0.4298	0.4256	0.4214	0.4198	0.4182	0.4198	0.4214	0.4256	0.4298	0.4350
$y=-0.4$	0.5710	0.5642	0.5587	0.5532	0.5510	0.5489	0.5510	0.5532	0.5587	0.5642	0.5710
$y=-0.2$	0.6525	0.6448	0.6385	0.6322	0.6298	0.6274	0.6298	0.6322	0.6385	0.6448	0.6525
$y=0.0$	0.6797	0.6716	0.6651	0.6585	0.6560	0.6535	0.6560	0.6585	0.6651	0.6716	0.6797
$y=0.2$	0.6525	0.6448	0.6385	0.6322	0.6298	0.6274	0.6298	0.6322	0.6385	0.6448	0.6525
$y=0.4$	0.5710	0.5642	0.5587	0.5532	0.5510	0.5489	0.5510	0.5532	0.5587	0.5642	0.5710
$y=0.6$	0.4350	0.4298	0.4256	0.4214	0.4198	0.4182	0.4198	0.4214	0.4256	0.4298	0.4350
$y=0.8$	0.2447	0.2418	0.2394	0.2371	0.2362	0.2353	0.2362	0.2371	0.2394	0.2418	0.2447
$y=1$	0.0000	0.2418	0.2394	0.2371	0.2362	0.2353	0.2362	0.2371	0.2394	0.2418	0.0000

В табл. 2 приведены значения компоненты напряжений σ_{11} вычисленные согласно закону Гука, по численным значениям деформаций ε_{ij}^{11} , ε_{ij}^{22} , полученных по решению задачи (42–47).

Таблица 2

Значения компоненты тензора напряжений σ_{11} по методу итерации

Показатель	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0.0$	$x=0.2$	$x=0.4$	$x=0.6$	$x=0.8$	$x=1$
$y=-1$	0.0000	0.3557	0.3522	0.3488	0.3474	0.3461	0.3474	0.3488	0.3522	0.3557	0.0000
$y=-0.8$	0.3600	0.3557	0.3522	0.3488	0.3474	0.3461	0.3474	0.3488	0.3522	0.3557	0.3600
$y=-0.6$	0.6400	0.6324	0.6262	0.6200	0.6177	0.6153	0.6177	0.6200	0.6262	0.6324	0.6400
$y=-0.4$	0.8400	0.8300	0.8219	0.8138	0.8107	0.8076	0.8107	0.8138	0.8219	0.8300	0.8400
$y=-0.2$	0.9600	0.9486	0.9393	0.9300	0.9265	0.9229	0.9265	0.9300	0.9393	0.9486	0.9600
$y=0.0$	1.0000	0.9881	0.9784	0.9688	0.9651	0.9614	0.9651	0.9688	0.9784	0.9881	1.0000
$y=0.2$	0.9600	0.9486	0.9393	0.9300	0.9265	0.9229	0.9265	0.9300	0.9393	0.9486	0.9600
$y=0.4$	0.8400	0.8300	0.8219	0.8138	0.8107	0.8076	0.8107	0.8138	0.8219	0.8300	0.8400
$y=0.6$	0.6400	0.6324	0.6262	0.6200	0.6177	0.6153	0.6177	0.6200	0.6262	0.6324	0.6400
$y=0.8$	0.3600	0.3557	0.3522	0.3488	0.3474	0.3461	0.3474	0.3488	0.3522	0.3557	0.3600
$y=1$	0.0000	0.3557	0.3522	0.3488	0.3474	0.3461	0.3474	0.3488	0.3522	0.3557	0.0000

В работе Тимошенко–Гудьера [2] для рассматриваемой задачи на основе условия минимизации энергии деформации с использованием потенциала напряжений были найдены следующие выражения для компонентов тензора напряжений:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= S\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right) - 0.1702S\left(1 - \frac{3y^2}{a^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^2, \\
 \sigma_{22} &= -0.1702S\left(1 - \frac{3x^2}{a^2}\right)\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right)^2, \\
 \sigma_{12} &= -0.6805S \frac{xy}{a^2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right).
 \end{aligned}
 \tag{50}$$

В табл. 3 и 4 для сравнения приведены значения компонентов тензора напряжений σ_{11} и деформаций ε_{11} , согласно соотношению (50). При этом компоненты деформации ε_{11} определены по закону Гука (31) с учетом соотношений (50).

Сравнения напряжений σ_{11} (см. табл. 2, 3) и деформаций ε_{11} (см. табл. 1, 4) показывают, что численные результаты, полученные по итерационному методу (42–47) и по соотношениям (50), очень близки, чем обеспечивается справедливость сформулированных краевых задач, а также достоверность полученных численных результатов.

Таблица 3

Значения компоненты тензора напряжений σ_{11} по (50)

Показатель	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0.0$	$x=0.2$	$x=0.4$	$x=0.6$	$x=0.8$	$x=1$
$y=-1$	0.0000	0.0441	0.1394	0.2402	0.3137	0.3404	0.3137	0.2402	0.1394	0.0441	0.0000
$y=-0.8$	0.3600	0.3803	0.4241	0.4705	0.5043	0.5166	0.5043	0.4705	0.4241	0.3803	0.3600
$y=-0.6$	0.6400	0.6418	0.6456	0.6496	0.6525	0.6536	0.6525	0.6496	0.6456	0.6418	0.6400
$y=-0.4$	0.8400	0.8285	0.8037	0.7776	0.7584	0.7515	0.7584	0.7776	0.8037	0.8285	0.8400
$y=-0.2$	0.9600	0.9406	0.8987	0.8543	0.8220	0.8102	0.8220	0.8543	0.8987	0.9406	0.9600
$y=0.0$	1.0000	0.9779	0.9303	0.8799	0.8431	0.8298	0.8431	0.8799	0.9303	0.9779	1.0000
$y=0.2$	0.9600	0.9406	0.8987	0.8543	0.8220	0.8102	0.8220	0.8543	0.8987	0.9406	0.9600
$y=0.4$	0.8400	0.8285	0.8037	0.7776	0.7584	0.7515	0.7584	0.7776	0.8037	0.8285	0.8400
$y=0.6$	0.6400	0.6418	0.6456	0.6496	0.6525	0.6536	0.6525	0.6496	0.6456	0.6418	0.6400
$y=0.8$	0.3600	0.3803	0.4241	0.4705	0.5043	0.5166	0.5043	0.4705	0.4241	0.3803	0.3600
$y=1$	0.0000	0.0441	0.1394	0.2402	0.3137	0.3404	0.3137	0.2402	0.1394	0.0441	0.0000

Таблица 4

Значения деформаций ε_{11} вычисленные согласно закону Гука по (50)

Показатель	$x=-1$	$x=-0.8$	$x=-0.6$	$x=-0.4$	$x=-0.2$	$x=0.0$	$x=0.2$	$x=0.4$	$x=0.6$	$x=0.8$	$x=1$
$y=-1$	0.0000	0.0300	0.0948	0.1633	0.2132	0.2314	0.2132	0.1633	0.0948	0.0300	0.0000
$y=-0.8$	0.2297	0.2516	0.2877	0.3237	0.3494	0.3586	0.3494	0.3237	0.2877	0.2516	0.2297
$y=-0.6$	0.3876	0.4144	0.4369	0.4539	0.4644	0.4680	0.4644	0.4539	0.4369	0.4144	0.3876
$y=-0.4$	0.4893	0.5256	0.5431	0.5498	0.5515	0.5516	0.5515	0.5498	0.5431	0.5256	0.4893
$y=-0.2$	0.5459	0.5903	0.6066	0.6084	0.6056	0.6041	0.6056	0.6084	0.6066	0.5903	0.5459
$y=0.0$	0.5640	0.6115	0.6277	0.6282	0.6240	0.6219	0.6240	0.6282	0.6277	0.6115	0.5640
$y=0.2$	0.5459	0.5903	0.6066	0.6084	0.6056	0.6041	0.6056	0.6084	0.6066	0.5903	0.5459
$y=0.4$	0.4893	0.5256	0.5431	0.5498	0.5515	0.5516	0.5515	0.5498	0.5431	0.5256	0.4893
$y=0.6$	0.3876	0.4144	0.4369	0.4539	0.4644	0.4680	0.4644	0.4539	0.4369	0.4144	0.3876
$y=0.8$	0.2297	0.2516	0.2877	0.3237	0.3494	0.3586	0.3494	0.3237	0.2877	0.2516	0.2297
$y=1$	0.0000	0.0300	0.0948	0.1633	0.2132	0.2314	0.2132	0.1633	0.0948	0.0300	0.0000

Сравнение численных результатов с точным решением. Пусть плоская краевая задача в деформациях (26 – 29) рассматривается в прямоугольнике размером $(l_1 \times l_1)$. Проанализируем функции

$$\varepsilon_{11} = y(y-l_2), \quad \varepsilon_{22} = x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = xy(x-l_1)(y-l_2), \quad (51)$$

удовлетворяющие уравнению (27), при следующих правых частях, рассматриваемых как объемные силы:

$$X_1 = -(x^2 - xl_1)(2y - l_2), \quad X_2 = -(2x - l_1)(y^2 - yl_2), \quad X_{12} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial X_1}{\partial y} + \frac{\partial X_2}{\partial x} \right), \quad (52)$$

Тогда, согласно (51), граничные и дополнительные граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} x=0, l_1: \quad \varepsilon_{11} &= y(y-l_2), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{22} = 0, \\ y=0, l_2: \quad \varepsilon_{22} &= x(x-l_1), \quad \varepsilon_{12} = 0, \quad \varepsilon_{11} = 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Исходные данные параметров имеют следующий вид: $\lambda=0.78$, $\mu=0.5$, $l_1=l_2=1$, $N_1=N_2=10$, $h=0.1$.

Таблица 5

Значения компоненты тензора деформации ε_{11} по (51)

Показатель	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$	$x=0.6$	$x=0.7$	$x=0.8$	$x=0.9$	$x=1$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900
$y=0.2$	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600
$y=0.3$	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100
$y=0.4$	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400
$y=0.5$	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500	-0.2500
$y=0.6$	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400	-0.2400
$y=0.7$	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100	-0.2100
$y=0.8$	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600	-0.1600
$y=0.9$	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900	-0.0900
$y=1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

В табл.5 приведены значения компоненты тензора деформации ε_{11} , вычисленные, согласно точному решению (51). В табл.6 приведены значения компоненты тензора деформации ε_{11} , найденные по итерационному методу, согласно уравнениям (42 – 43), с учетом граничных условий (53).

Таблица 6

Значения компоненты тензора деформации ε_{11} по итерационному методу

Показатель	$x=0$	$x=0.1$	$x=0.2$	$x=0.3$	$x=0.4$	$x=0.5$	$x=0.6$	$x=0.7$	$x=0.8$	$x=0.9$	$x=1$
$y=0$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$y=0.1$	-0.0900	-0.0889	-0.0881	-0.0872	-0.0869	-0.0865	-0.0869	-0.0872	-0.0881	-0.0889	-0.0900
$y=0.2$	-0.1600	-0.1581	-0.1565	-0.1550	-0.1544	-0.1538	-0.1544	-0.1550	-0.1565	-0.1581	-0.1600
$y=0.3$	-0.2100	-0.2075	-0.2055	-0.2034	-0.2027	-0.2019	-0.2027	-0.2034	-0.2055	-0.2075	-0.2100
$y=0.4$	-0.2400	-0.2371	-0.2348	-0.2325	-0.2316	-0.2307	-0.2316	-0.2325	-0.2348	-0.2371	-0.2400
$y=0.5$	-0.2500	-0.2470	-0.2446	-0.2422	-0.2413	-0.2404	-0.2413	-0.2422	-0.2446	-0.2470	-0.2500
$y=0.6$	-0.2400	-0.2371	-0.2348	-0.2325	-0.2316	-0.2307	-0.2316	-0.2325	-0.2348	-0.2371	-0.2400
$y=0.7$	-0.2100	-0.2075	-0.2055	-0.2034	-0.2027	-0.2019	-0.2027	-0.2034	-0.2055	-0.2075	-0.2100
$y=0.8$	-0.1600	-0.1581	-0.1565	-0.1550	-0.1544	-0.1538	-0.1544	-0.1550	-0.1565	-0.1581	-0.1600
$y=0.9$	-0.0900	-0.0889	-0.0881	-0.0872	-0.0869	-0.0865	-0.0869	-0.0872	-0.0881	-0.0889	-0.0900
$y=1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Сравнение табл. 5 и 6 показывает, что значения приближенного решения и точного решений почти совпадают. Для достижения такой точности потребовалось 76 итераций.

Заключение. В статье краевая задача теории упругости, в отличие от уравнений Бельтрами – Митчелла в напряжениях, сформулирована относительно тензора деформаций. Замкнутость краевой задачи достигнута присоединением к дифференциальным уравнениям “совместности” деформаций, уравнениям равновесий и граничным условиям дополнительных граничных условий, полученных на основе уравнений равновесия. Построены симметричные сходящиеся конечно-разностные уравнения, и решен ряд задач о растяжении прямоугольника под действием различных нагрузок. Достоверность результатов обеспечена сравнением численных результатов с точным решением, а также с известными решениями задачи о растяжении пластины с параболической нагрузкой.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. – 872 с.
- [2] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.Наука, 1979. –560 с.
- [3] Победря Б.Е., Шешенин С.В., Холматов Т. Задача в напряжениях. Ташкент: Фан, 1988. – 200 с.
- [4] Победря Б.Е. Новая постановка задачи механики деформируемого твердого тела в напряжениях // Докл. АН СССР. Ш. 2. 1980. Т.253. С.295 – 297.
- [5] Победря Б.Е., Холматов Т. О существовании в единственности решения задачи теории упругости в напряжениях // Вест.МГУ. Ма-тем. механика. 1982. № 1. С. 50 – 51.
- [6] Муравлева Л.В. Применение вариационных методов при решении пространственной задачи теории упругости в напряжениях: Автореф. дис., тех.наук. М: МГУ, 1987.
- [7] Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М.: Изд-во МГУ. 1996. –343 с.
- [8] Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Эквивалентность постановок задач теории упругости в терминах напряжений // Российский журнал математической физики. 2006. DOI: 10.1134/S1061920806020063.
- [9] Георгиевский Д.В. Общие решения неэквивалентных классических систем теории упругости в напряжениях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. мех. 2012. № 6. С. 26–32.
- [10] Георгиевский Д.В. Общие решения ослабленных уравнений в терминах напряжений в теории упругости. // Вестник Московского государственного университета механики. № 68:1 2013. С. 1–7.
- [11] Коновалов. А.Н. Решение задач теории упругости в напряжениях. Новосибирск: НГУ, 1979. – 92 с.
- [12] Li S., Gupta A., Markenscoff X. Conservation Laws of Linear Elasticity in Stress Formulations // Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. Vol. 461. (Jan. 2005) No. 2053 . P. 99–116.
- [13] Ахмедов А.Б., Холматов Т. Решение некоторых задач о равновесии параллелепипеда в напряжениях // Докл.АН УзССР. 1982.6. С.7–9.
- [14] Borodachev N.M. Stress Solutions to the Three-Dimensional Problem of Elasticity // Intern. // Appl. Mech.Vol. 42 (8). 2006. P. 849–878.
- [15] Rozhkova E.V. On Solutions of the problem in Stresses with the Use of Maxwell Stress Functions // Mechanics of Solids 44 (1). (2009). P. 526-536.
- [16] Filonenko–Borodich M. Theory of Elasticity. University Press of the Pacific (November 6. 2003). –396 p.
- [17] Ike C.C., Nwoji C.U., Mama B.O., Onah H.N., Onyia M.E. Least Squares Weighted Residual Method for Finding the Elastic Stress Fields in Rectangular Plates Under Uniaxial Parabolically Distributed Edge Loads // JCAMECH Vol. 51. June 2020. No. 1. P.107–121. DOI: 10.22059/jcamech. 2020.298074.484.

- [18] Ike C.C. On Maxwell's Stress Functions for Solving Three Dimensional Elasticity Problems in the Theory of Elasticity // JCMACH. Vol. 49. December. No. 2. 2018. P. 342–350. DOI: 10.22059/JCMACH.2018.266787.330.
- [19] Халдджигитов А.А., Каландаров А.К., Юсупов Ю.С. Связанные задачи термоупругости и термопластичности. Ташкент: «Фан ва технология», 2019. – 193 с.
- [20] Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М., 1978. – 592 с.

Дата поступления
21.02.2022

А.А. Халдджигитов, У.З. Джумаёзов. Деформацияларга нисбатан қўйилган эластиклик назарияси масалаларини сонли ечиши

Аннотация: Мақолада деформацияларнинг узлуксизлик шартли, кучланишларга нисбатан ёзилган Белтрами-Митчелл тенгламасидан фарқли ўлароқ, деформацияларга нисбатан олтига дифференциал тенгламалар кўринишида ёзилган. Деформацияларнинг дифференциал тенгламалари, деформацияларга нисбатан ёзилган мувозанат тенгламалари ва Гук қонуни ҳамда унга чегаравий шартлар билан биргаликда, деформацияларга нисбатан қўйилган чегаравий масалани ташкил қилади. Чегаравий шартларнинг етишмаслик муаммосини, мувозанат тенгламаларини соҳанинг чегарасида чегаравий шартлар сифатида қараши орқали ҳал этиши мумкин. Чегаравий шартлар текис деформацияланиш ҳолати учун батафсил кўриб чиқилган. Чекли-айирмалар усули ёрдамида симметрик тенгламалар тузилган ва кетма-кет яқинлашиши усули ёрдамида қатор масалалар сонли ечилган. Натижаларнинг ишончлилиги, сонли натижаларни аниқ ечими билан таққослаш ва шунингдек, парабол куч билан қарама-қарши томондан чўзилаётган пластинка масаласи ечими билан солиштириши орқали асосланган.

Калим сўзлар: деформация; эластиклик; кучланиш; мувозанат тенгламаси; чегаравий масала; чекли айирмалар тенглама; итерацион усул.

A.A. Khaldjigitov, U.Z. Djumayozov. Numerical solution of the elasticity problem in strains

Abstract: In this paper, the strain compatibility equation, in contrast to the Beltrami Mitchell equation in stresses, is written as six differential equations for strains. The differential equations of deformations, together with the equilibrium equations written with respect to deformations and Hooke's law, as well as with three boundary conditions, constitute an incomplete boundary value problem in deformations. To close the boundary value problem, it is necessary to consider the equilibrium equations as boundary conditions. The case of plane deformation is considered in more detail. Symmetric finite-difference equations are constructed and a number of examples are solved numerically using the iterative method. The reliability of the results is substantiated by comparing the numerical results with the exact solution, as well as by solving the stretching problem of the plate from opposite sides by a parabolic load.

Keywords: deformation; elasticity; stresses; equilibrium equations; boundary value problem; finite-difference equation; iterative method.

УДК 699.841

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ПОЛИЭТИЛЕНОВЫХ ТРУБ ПРИ ДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ (ТИПА СЕЙСМИЧЕСКИХ) НАГРУЗОК С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА ЦЕНТРОБЕЖНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сагдиев Х.С., Тешабаев З.Р., Галинасков В.А., Шерниёзов Х.О., Мирзакабилов Б.Н.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: imssan@mail.ru

Аннотация: В статье приведены результаты экспериментальных исследований, проведенных с полимерными трубами при использовании метода центробежного моделирования. Дано подробное описание установки по созданию и воспроизведению динамических воздействий в каретке центробежной установки. Полученные результаты представлены в виде осциллографических записей, таблиц и графиков.

Ключевые слова: метод центробежного моделирования; каретка; измерительный комплекс; полиэтиленовые трубы; перемещение грунта и трубы.

Введение. Сложный, нерегулярный характер колебаний грунтов при землетрясениях обуславливает большие трудности при разработке и создании установок, которые могли бы воспроизводить заданное сейсмическое воздействие. Учитывая это, экспериментальное исследование взаимодействия подземных сооружений с окружающим их грунтом при динамических (типа сейсмических) воздействиях можно проводить воспроизведением относительно простых (импульсных, гармонических, взрывных) воздействий, отвечающих по их амплитудно-частотным характеристикам исходному сейсмическому воздействию. Поэтому при проведении экспериментальных исследований с применением метода центробежного моделирования основным критерием является создание колебательного процесса в каретке центробежной установки, вращающейся с большой скоростью. На данный момент

существуют несколько простых установок для создания динамических воздействий, которые подробно описаны в [1 – 6]. Недостатками этих установок является невозможность создания длительных колебательных процессов в каретке центрифуги.

Постановка задачи. При проведении экспериментальных исследований по определению влияния динамических (типа сейсмических) воздействий на состояние полиэтиленовых труб, взаимодействующих с грунтом, используем метод центробежного моделирования. Для создания длительных колебательных движений использовано устройство по воспроизведению динамических воздействий в поле центробежных сил [7 – 11].

На рис. 1 приведено устройство по воспроизведению динамических воздействий (а) и его электрическая схема (б).

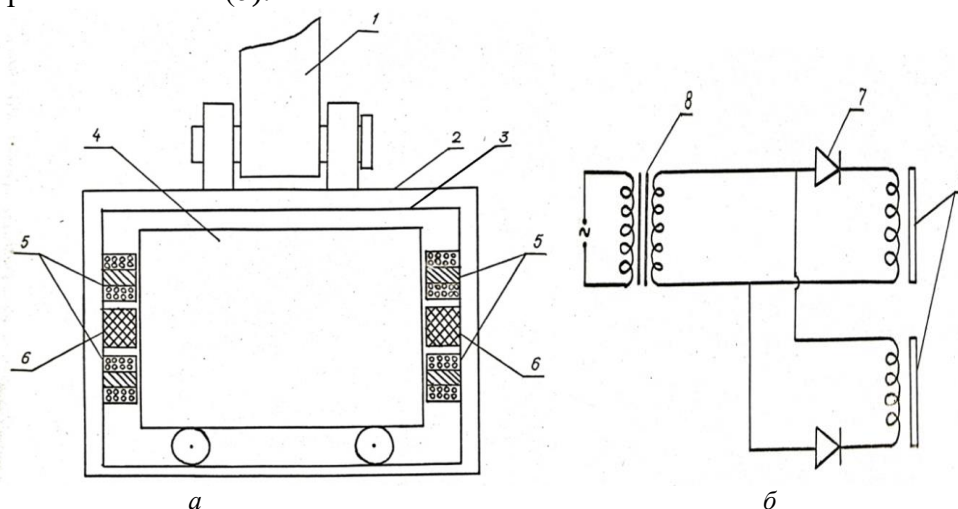


Рис. 1. Устройство по воспроизведению динамических воздействий (а) и его электрическая схема (б)

Устройство по воспроизведению динамических воздействий включает следующие основные части: коромысло центрифуги 1, каретку 2, контейнер 3, платформу 4, электромагниты 5, упругие элементы 6, полупроводниковые диоды 7, лабораторный автотрансформатор 8.

Принцип работы устройства следующий. При подаче переменного тока в электрическую схему ток проходит через один полупроводниковый диод и работает электромагнит, расположенный с одной стороны контейнера. При изменении полярности ток проходит через второй полупроводниковый диод и подается напряжение в другой электромагнит, расположенный с противоположной стороны контейнера. Таким образом, создаются стабильные гармонические колебания платформы.

Структурная схема измерительного комплекса показана на рис. 2.

В состав измерительного комплекса центрифуги входят (см. рис. 2):

- тензометрические датчики – 1, 4;
- тензометрические усилители – 2, 5, 11;
- аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) – 3, 6, 12;
- электрическая лампочка накаливания на 28 В – 7;
- блок питания для электрической лампы – 8;
- шторка для прикрытия оптического датчика – 9;
- оптический датчик – 10;
- компьютер с монитором – 13, 14;
- программное обеспечение – 15;
- ртутный токосъемник – 16.

Тензометрические усилители – 2, 5, 11 и АЦП – 3, 6, 12, расположены в одном корпусе – 17.

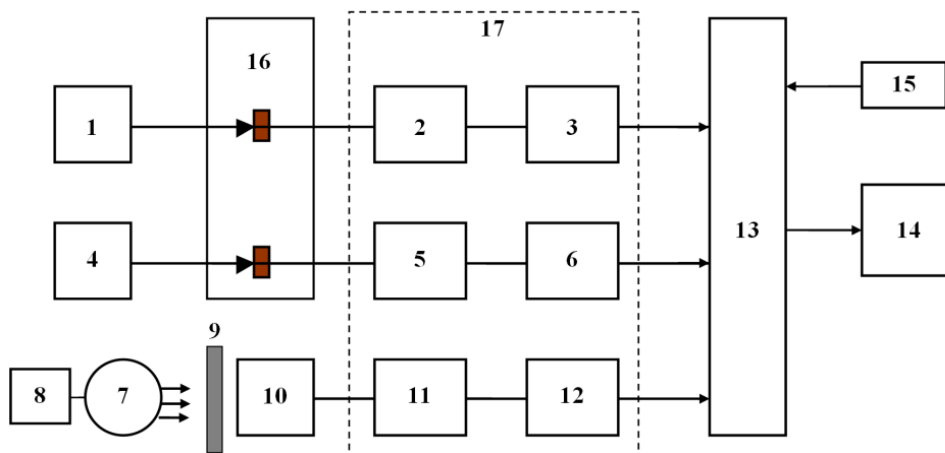


Рис. 2. Структурная электрическая схема измерительного комплекса центрифуги

Метод. Для исследования взаимодействия подземных полиэтиленовых труб с грунтом при динамических воздействиях использовали установку (рис.3). Геометрические размеры платформы (рис. 3,б) следующие: рабочая длина платформы – 24.0 см; ширина – 15.0 см, высота – 20.0 см.

Для проведения экспериментов с исследуемой моделью в платформу засыпали грунт и путем уплотнения доводили до естественного состояния. Модель исследуемой трубы из полиэтилена лежит внутри платформы на заранее подготовленном грунтовом основании. Причем модель должна горизонтально располагаться на грунтовом основании и свободно перемещаться в продольном направлении. Для проведения экспериментальных исследований использована трубка со следующими геометрическими размерами в модели:

- общая длина модели трубы: $l_m = 20.0$ см;
- наружный диаметр: $d_T^H = 2.2$ см;
- внутренний диаметр: $d_T^B = 1.5$ см;
- толщина стенки: $\Delta m = 0.3$ см;
- длина рабочего участка: $l_m = 19.6$ см.

Коэффициент расширения материала: $\alpha = 1.5 \times 10^{-4}$ 1/град.



Рис. 3. Общий вид контейнера и платформы: а – контейнер; б – платформа

Для регистрации перемещения исследуемой модели относительно грунта с торцевой стороны платформы устанавливается специальный тензометрический датчик перемещения. Перемещения платформы относительно контейнера регистрируются при помощи другого датчика перемещения, установленного между платформой и контейнером. Таким образом, при действии динамических нагрузок различной интенсивности регистрируются перемещения платформы относительно контейнера и перемещения исследуемой модели относительно платформы.

Проведена серия экспериментальных исследований по изучению взаимодействия изучаемой модели с окружающим грунтом при действии динамических воздействий различной интенсивности. Кроме того, исследования проведены при различных глубинах расположения указанной модели.

На рис. 4 изображены контейнер и платформа с расположенной внутри грунта исследуемой моделью: *а* – модель трубы, расположенная на поверхности грунта; *б* – модель трубы, расположенная на глубине 3 см.



Рис. 4. Изображение контейнера с платформой и расположенной внутри грунта исследуемой моделью

Для моделирования сейсмического воздействия модель, находящаяся в каретке центрифуги, должна подвергаться такому дополнительному динамическому воздействию, которое воспроизводило бы действие реального землетрясения на натурный объект. В качестве основного критерия обычно принимают максимальное ускорение «а», которое получают частицы породы в зоне изучаемого объекта при прохождении сейсмических волн. Поскольку ускорение является вектором, то на модели необходимо воспроизводить не только его величину, но и направление ускорения в соответствии с осями сооружения.

При проведении расчетов на основании полученных результатов экспериментальных записей воспользуемся формулами из [2].

Ускорение «а» при сейсмическом воздействии сопоставляется с какой-то величиной, определяющей устойчивость и прочность исследуемых объектов. Такой величиной является ускорение «gm», заменяющее ускорение свободного падения «gn» на модели. На основании закона центростремительного моделирования можно принять

$$g_m = g_n \cdot n.$$

Для обеспечения в модели тех же условий устойчивости при сейсмическом воздействии, какие имеются в натуре, должно соблюдаться требование

$$a_m / g_m = a_n / g_n. \quad (1)$$

Следовательно,

$$a_m = a_n \cdot n. \quad (2)$$

Ускорение a_n в натуральных условиях зависит от силы землетрясения, обычно выражается в баллах. Кроме ускорения, сейсмическое действие характеризуется периодом колебаний T , который может изменяться в довольно широких пределах, причем основную роль играют колебания с периодами от десятых долей до нескольких секунд (0.1–5 с).

Если допустить, что сейсмические колебания имеют синусоидальный характер (гармонические колебания), то можно написать равенство

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} S. \quad (3)$$

Исходя из условий геометрического подобия,

$$S_m = S_n / n. \quad (4)$$

На основании равенств (2) и (4) можно определить масштаб моделирования периода колебаний T . Используя выражение (3), определим период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{s}{a}},$$

тогда

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{s_n}{a_n n^2}} = \frac{T_n}{n}. \quad (5)$$

Таким образом, период колебаний в модели должен быть в n раз меньше, чем в натуре.

Определив все условия перехода от модели к натурным условиям, можно делать вычисления по полученным данным проведенных динамических испытаний на центрифуге.

При проведении экспериментов в измерительном комплексе центрифуги использовали 3 тензометрических канала. Два канала – для записи сигналов тензометрических датчиков, расположенных с исследуемым объектом в грунте и каретки, один канал – для подсчета числа оборотов центрифуги и фиксации количества оборотов центрифуги с помощью оптического датчика.

Результаты и обсуждение. После проведения всех подготовительных работ выполнены экспериментальные исследования для изучения динамического взаимодействия грунта с исследуемым объектом.

На рис. 5 и 6 приведены примеры записей, полученных при проведении экспериментов. На рис. 5 даны записи колебания каретки (1) и модели трубы (2), свободно лежащей на поверхности грунта: 1 – максимальное перемещение каретки до 0.16 мм; 2 – максимальное перемещение трубы до 0.15 мм. На рис. 6 приведены записи колебания каретки и модели трубы, находящиеся под слоем грунта толщиной 6 см: 1 – максимальное перемещение каретки до 0.13 мм; 2 – максимальное перемещение труб до 0.11 мм.

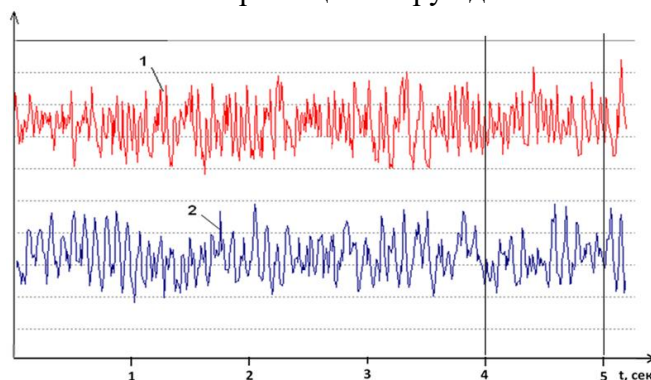


Рис. 5. Записи колебания свободно лежащей модели трубы на поверхности грунта

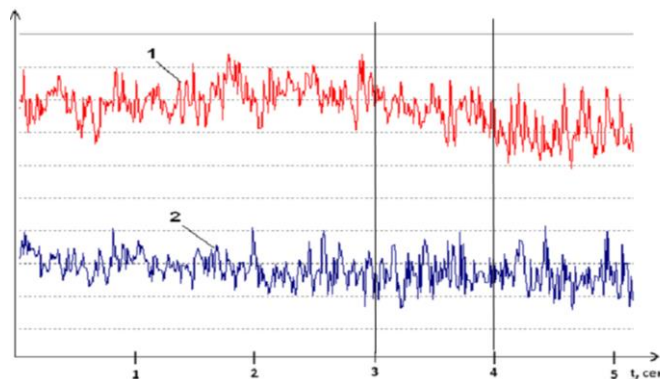


Рис. 6. Записи колебания грунта и модели трубы, лежащей под слоем грунта

На основании полученных экспериментальных данных были построены амплитудно-частотные характеристики колебаний каретки и исследуемой модели, которые приведены на рис. 7.

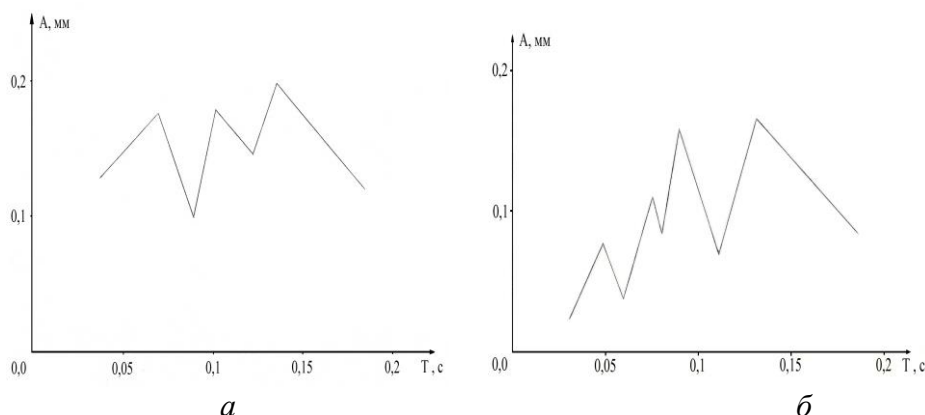


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики колебаний каретки (а) и трубы (б)

Как показывают вычисления, значения динамических воздействий при проведенных испытаниях по интенсивности соответствуют землетрясениям в 6–7 баллов. Частотный диапазон при динамических воздействиях в модели составляет от 10 до 25 колебаний в секунду.

Результаты проведенных модельных исследований с применением метода центробежного моделирования показывают, что при динамических (типа сейсмических) воздействиях модель трубы, лежащая на поверхности грунта, колеблется с частотой, отличающейся от частоты грунта.

Максимальное численное значение перемещения трубы относительно грунта в пересчете к натуре составило 4.0 мм. В таблице приведены результаты модельных экспериментальных данных, приведенных к натуральным величинам.

Глубина заложения, м	Максимальное перемещение грунта, мм	Максимальное перемещение трубки, мм	Запаздывание колебания трубки от грунта, с	Значение относительного перемещения
0.0	6.8	5.6	1.68	0.82
1.20	6.0	5.4	1.04	0.90
2.4	5.6	5.12	0.41	0.91
3.6	4.8	4.52	0.20	0.94

Заключение. При углублении трубы в грунт значение ее перемещения трубы отличается от показателей перемещения грунта. Частотный характер колебаний трубы с увеличением глубины заложения приближается к частоте колебания грунта. Причем, чем глубже расположена труба, тем значения частот колебания трубы и грунта становятся идентичными.

Как видно из полученных данных, с увеличением глубины заложения при одинаковых динамических воздействиях разница максимальных численных значений перемещений каретки и трубы уменьшается. Значения частотных колебаний каретки и трубы с увеличением глубины заложения трубы приближаются к одинаковой.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Покровский Г.И., Федоров И.С. Центробежное моделирование в строительном деле. М.: Стройиздат, 1968. – 247 с.
- [2] Покровский Г.И., Федоров И.С. Центробежное моделирование в горном деле. – М.: Недра, 1969. – 270с.
- [3] Федоров И.С., Мельник В.Г., Тейтельбаум А.И., Саввина В.А. Теория и практика центробежного моделирования в строительстве. – М.: Стройиздат, 1984. – 248 с.
- [4] Яковлева Т.Г., Иванов Д.И. Моделирование прочности и устойчивости земляного полотна. М.: Транспорт, 1980. –253с.
- [5] Яковлева Т.Г. Применение центробежного моделирования для исследования возможных осадок насыпей // В кн.: Сооружение земляного полотна железной дороги Новокузнецк – Абакан – Тайшет. Труды комитета по земляному полотну. Вып. 9. М.: Транспорт, 1970. С.151–156.
- [6] Рамберг Х. Моделирование деформаций земной коры с применением центрифуги. – М.: Мир, 1970. – 223 с.

- [7] А.С. №872999. Центрифуга для испытания моделей сооружений. Оpub. в БИ. 1981. №38.15.
- [8] Тешабаев З.Р. Экспериментальное исследование взаимодействия подземных сооружений с грунтом методом центробежного моделирования: Автореф. дисс.... канд. техн. наук. Ташкент, 1986. – 20 с.
- [9] Тешабаев З.Р. Экспериментальное исследование подземных трубопроводов со стыковыми соединениями при действии динамических нагрузок // Узбекский журнал «Проблемы механики». 2003. №4. С.20–24.
- [10] Sagdiev H.S., Teshabaev Z.R., Galiaskarov V.A., Yuvmitov A.S. Experimental studies of underground polymer pipes under temperature effect by using the method of centrifugal modeling. Magazine of Civil Engineering. No.06(98).
- [11] Отчет по теме: ФА-А14-Ф021. Совершенствование методики экспериментальных исследований сейсмостойкости сооружений путем модернизации лабораторно-экспериментального оборудования и определение закономерностей деформирования конструкции при действии статических и динамических нагрузок. Ташкент: ИМиСС АН РУз, 2017. – 286 с.

Дата поступления
21.02.2022

Х.С. Сагдиев, З.Р. Тешабаев, В.А. Галиаскаров, Х.О. Шерниёзов, Б.Н. Мирзакабиллов. Марказдан қочма моделлаштириш усулини қўллаш ёрдамида динамик (сейсмик турдаги) кучлар таъсирида ер ости полиэтилен қувурларини экспериментал тадқиқи

Аннотация: Мақолада марказдан қочма моделлаштириш усулидан фойдаланиб, полимер қувурлар билан ўтказилган экспериментал тадқиқотлар натижалари келтирилган. Марказдан қочма қурилма кареткасида динамик кучларни ҳосил қиладиган ва амалга оширадиган қурилма тўла ёритилган. Олинган натижалар осциллограммалар, жадваллар ва чизмалар кўринишида келтирилган.

Калим сўзлар: марказдан қочма моделлаштириш усули; каретка; ўлчов мажмуаси; полиэтилен қувурлар; грунт ва қувурни кўчиши.

H.S. Sagdiev, Z.R. Teshabaev, V.A. Galiaskarov, H.O. Sherniyozov, B.N. Mirzakabilov. Experimental studies of underground polyethylene pipes under the action of dynamic (seismic type) loads using the method of centrifugal simulation

Abstract: The article presents the results of experimental studies carried out with polymer pipes using the method of centrifugal modeling. A detailed description of the installation for creating and reproducing dynamic effects in the carriage of a centrifugal installation is given. The results obtained are presented in the form of oscillographic records, tables and graphs.

Keywords: centrifugal simulation method; carriage; measuring complex; polyethylene pipes; soil and pipe movement.

УДК 621.01:631.358:633.51

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ И РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ХЛОПКОУБОРОЧНЫХ МАШИН

Ризаев А.А., Йулдашев А.Т., Кулдошев Д.А., Мирзаева М.М., Ганжаев Ш.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: don_02@mail.ru

Аннотация: В данной статье приведен расчет производительности хлопкоуборочных машин. Описаны ранее предложенные модели хлопкоуборочных машин, а также предложены новые разработанные модели. На основе численного исследования выполнен сопоставительный анализ вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин МХ-1,8 и горизонтально-шпиндельных хлопкоуборочных машин фирмы Кейс 2022. Определено влияние параметров хлопкоуборочных машин на их производительность.

Ключевые слова: хлопкоуборочные машины; производительность; параметры; баланс времени; факторы; моделирование; численные исследования.

Введение. В мировом масштабе разработка и применение энерго- и ресурсосберегающих и высокоэффективных хлопкоуборочных машин (ХУМ) занимают одно из ведущих мест. Принимая во внимание тот факт, что «в мире общая площадь, выделенная для выращивания хлопка, составляет 32.4 млн гектаров, общий объем выработанного волокна – 25.6 млн тонн» [1], проектирование новых высокопроизводительных энерго- и ресурсосберегающих хлопкоуборочных машин, усовершенствование существующих моделей по оценке показателей их работы, а также повышение эффективности их использования за счет предварительного прогноза качества и количества собранного с помощью хлопкоуборочных машин хлопка-сырца, выращенного на полях, являются одной из важнейших задач [2 – 8]. В связи с этим для обеспечения производительности хлопкоуборочных машин на необходимом уровне большое внимание уделяется совершенствованию существующих и разработке новых высокоточных и экономически эффективных методов оценки и испытания.

Как известно, в Узбекистане хлопок, выращиваемый на орошаемых землях, высевают на грядках с междурядьями 60 и 90 см. В зависимости от сортности, агротехнического

ухода и состояния почвы урожайность хлопка изменяется от 2 до 6 т/га. Для сбора урожая разработаны различные модификации ХУМ с шириной захвата от 2 до 6 рядков. Известно, что в монографии Р.Д.Матчанова [9] в хронологическом порядке описаны основные этапы создания отечественных одно-, двух-, четырех- и шестирядных хлопкоуборочных машин. Описаны конструкции хлопкоуборочных машин, их рабочие органы, а также преимущества и недостатки в конструкции.

В Узбекистане до 2018 г. сбор хлопка ХУМ осуществлялся в 2 этапа. Первый сбор проводили при раскрытии коробочек до 55–65%, второй – при раскрытии коробочек свыше 85%.

Однако, начиная с 2018 г., в Узбекистане меняется технология машинного сбора хлопка. Применяется одноразовый сбор при раскрытии урожая свыше 90%. В дехканских фермерских хозяйствах созданы «Кластеры», осуществляющие процесс, который начинается от сева хлопчатника и заканчивается получением из хлопка-сырца конечной продукции. Поэтому в настоящее время в Узбекистане применяются различные марки хлопкоуборочных машин: вертикальные МХ-1,8, горизонтальные фирмы John Deere 9970 и фирмы Case 2022, которые необходимы для разработки методики определения производительности хлопкоуборочных машин путем численных исследований.

Постановка задачи. Разработка математической модели для определения производительности хлопкоуборочной машины за смену, а именно: количества собранного хлопка-сырца W_{kg} с обработанной площади W_{ga} , основного времени смены t_0 для сбора хлопка-сырца, общего времени разворота машины на разворотной полосе t_r , общего времени для разгрузки бункера t_p , проведение сопоставительных численных исследований для вертикально-шпиндельных хлопкоуборочных машин МХ-1,8 и горизонтально - шпиндельных машин Кейс 2022. Установлено, что на производительность ХУМ влияют следующие факторы:

Параметры машины:

1. Скорость машины v_m , м/с.
2. Ширина захвата ($B \cdot n$), м, где B – ширина между грядками; n – количество обрабатываемых грядок;
3. Объем бункера V , м³.

Агротехнические параметры:

4. Урожайность хлопчатника G_y т/га;
5. Доля раскрытого урожая $K_p \left(K_p = \frac{G_p}{G_y} \right)$, где G_p – урожайность раскрытого хлопчатника, т/га;

6. Полнота машинного сбора $P \left(P = \frac{G_b}{G_y} \right)$, которая зависит от машинных факторов; G_b – собранный хлопок в бункер, кг; G_p – раскрытый урожай для заполнения бункера, кг.

7. Длина гона полей ℓ , м.

Факторы, входящие в сменный баланс времени:

8. t_0 – основное время смены для сбора хлопка-сырца.
9. t_n – общее время смены, затраченное для разворота на разворотной полосе.
10. t_p – общее время смены, затраченное для разгрузки бункерного хлопка с учетом проезда при холостом движении;
11. t_{ost} – общее оставшееся время смены, в которое входят $t_{n.3}$, t_1 , t_2 , t_3 , t_4 , t_5 .
 t_{n3} – подготовительно-заключительное время, затрачиваемое на комплектование, переезд машины к полю и обратно.

t_1 – время на технологическое обслуживание машин (очистка шпинделей от зазеленения, проверка качества работы и др.).

t_2 – время на техническое обслуживание машин в течение смены.

t_3 – время простоев машин из-за устранения последствий отказов.

t_4 – время простоев машин по организационным причинам (ожидание прицепа и др.).

t_5 – время простоев по другим причинам (метрологическим, агротехническим и др.).

Однако многими авторами предложены эмпирические формулы для определения производительности хлопкоуборочных машин. Например, автором Х.Х.Усманходжаевым [10] определение производительности хлопкоуборочных машин представлено формулой:

$$W(k, t) = \eta \cdot m \cdot n \cdot o \cdot y \cdot \Pi \cdot q_{sr}(k, t), \quad (1)$$

где $W(k, t)$ – производительность уборочного агрегата, т/с; η – КПД агрегата; m – число одновременно обрабатываемых рядков хлопчатника; n – ширина междурядья, см; o – скорость агрегата, м/с; y – урожайность, с/га; Π – раскрытие коробочек, %; $q_{sr}(k, t)$ – функции потери полноты сбора хлопка.

Представленная эмпирическая формула (1) не даёт возможности проводить численные исследования с учетом конкретных факторов. Например, влияние длины гона ℓ , объем бункера V , время t_{ost} и др.

Авторами [11] производительность хлопкоуборочной машины определяется следующим выражением:

$$W_c = 0.36 B_p v_p Y_x \varepsilon \rho_p, \quad (2)$$

где W_c – сменная производительность, га; B_p – ширина захвата машины, м; v_p – рабочая скорость движения, м/с; Y_x – урожайность хлопка, т/га; ε – степень раскрытия хлопка, %; ρ – полнота сбора хлопка; t_p – время чистой работы; 0.36 – коэффициент пересчета меры в правой и левой частях уравнения.

Представленная формула (2) также не дает возможность проводить численное исследование. Очевидно, что с увеличением t_p повышается производительность. Например, такие факторы, как длина гона ℓ , объем бункера V и другие, влияют на чистое время работы t_p .

В работе [12] была предложена разработка математической модели для определения производительности хлопкоуборочных машин. Однако предложенная модель [12] не дает возможности определить за смену: затраченное общее основное время t_0 , общее время разворота машины на разворотной полосе t_r , общее время для разгрузки бункера t_p . Кроме того, в данной модели отсутствуют численные сопоставительные анализы вертикально-шпиндельных машин с горизонтально-шпиндельными.

Таким образом, целью решения поставленной задачи является проведение численных исследований по определению производительности хлопкоуборочных машин. Для этого необходимо составить математическую модель взаимосвязи машинных параметров с агротехническими параметрами с учетом сменного баланса времени.

Разработка математической модели. С целью разработки математической модели для определения производительности хлопкоуборочных машин вертикального и горизонтального типов используем следующие данные, полученные на основании многолетних опытов:

– урожайность растения хлопчатника определяется на основе агрофонных расчетов и составляет $G_y = (2.0 - 6.0) \cdot 10^3$, кг/га;

– доля раскрытого урожая при одноразовом сборе перед машинной уборкой составляет $G_p/G_y = (0.85 - 0.95)$;

- полнота сбора бункерного хлопка-сырца определяется на основе экспериментальных данных и составляет $P=(0.88 - 0.93)$;
- ширина междурядья определяется на основе замера грядки и составляет $B=0.6$ м или 0.9 м;
- длина загона полей определяется на основе замера и составляет $\ell=(200-700)$ м;
- количество рядов при машинной уборке определяется из конструктивного характера и составляет $n=2, 4, 6, 8$;
- время одного поворота на разворотной полосе поля определяется хронометражем и составляет $t_{pb1}=(1 - 3) \cdot 60$ с;
- время одной разгрузки бункерного хлопка определяется хронометражем и составляет $t_{p31}=(3 - 5) \cdot 60$ с;
- вместимость бункера для Кейс 2022 $V=20.36$ м³ [13], для МХ-1,8 $V=13.8$ м³ [14], насыпной вес хлопка-сырца $V_H=53$ кг/м³ [15]. Согласно этим данным, вместимость бункера для Кейс 2022 принимаем $G_b=1080$ кг, а для МХ-1,8 $G_b=750$ кг;
- коэффициент, учитывающий полноту бункера при разгрузке хлопка, зависит от водителя и принимается равным $k_b=(0.7 - 1.0)$;
- полное время, затраченное за смену при уборке хлопка-сырца, принимаем равным $t=7 \cdot 3600$ с;
- общее время, затраченное за смену t_{ost} , принимаем:
для вертикально - шпindelных машин [15] $t_{ost}=2.1 \cdot 3600$ с;
для горизонтально - шпindelных машин [14] $t_{ost}=2.52 \cdot 3600$ с.
- скорость машины принимаем:
для вертикально - шпindelных машин $V_M=1.07$ м/с [15];
для горизонтально - шпindelных машин $V_M=1.68$ м/с [14].

В результате численных расчетов на ЭВМ получены следующие конечные параметры программного пакета:

1. Производительность хлопкоуборочной машины за смену, согласно собранному хлопку-сырцу W_{kg} .
2. Производительность хлопкоуборочной машины за смену, согласно обработанной площади W_{ga} .
3. Общее основное время, затраченное за смену, t_0 ч.
4. Общее время, затраченное за смену для разворота машины на разворотной полосе t_r .
5. Общее время, затраченное за смену для разгрузки бункерного хлопка-сырца t_p .

На основе факторов, входящих в сменный баланс времени, представим следующую формулу:

$$t = t_0 + t_{\pi} + t_p + t_{ost}. \quad (3)$$

Выражение (3) преобразуем в виде

$$t = t_{01b} \cdot N_b + t_{pb1} \cdot N_{1b} \cdot N_b + t_{p31} \cdot N_b + t_{ost}, \quad (4)$$

где t_{01b} – основное время для заполнения одного бункера; N_b – количество бункеров, собранных за смену; t_{pb} – время одного разворота на разворотной полосе; N_{1b} – количество проходов для заполнения одного бункера; t_{p31} – время, затраченное для разгрузки одного бункера с учетом простых проездов.

Для заполнения одного бункера напишем следующее равенство:

$$G_b \cdot k_b = G_y \cdot K_p \cdot P \cdot B \cdot n \cdot L \cdot 10^{-4}, \text{ кг}, \quad (5)$$

где L – суммарная длина гона ($\Sigma \ell$) для заполнения одного бункера ($G_b \cdot k_b$).

С учетом формулы (5) определяем основное время для заполнения одного бункера:

$$t_{01b} = \frac{L}{v_M} = \frac{G_b \cdot k_b \cdot 10^4}{G_y \cdot B \cdot P \cdot v_M \cdot K_p \cdot n}, \text{ с}. \quad (6)$$

На основании формулы (6) определяем количество проходов для заполнения одного бункера:

$$N_{1b} = t_{01b} : \left(\frac{\ell}{v_M} \right) = \left[\frac{G_b \cdot k_b \cdot 10^4}{G_y \cdot B \cdot P \cdot v_M \cdot K_p \cdot n} \right] : \left(\frac{\ell}{v_M} \right) \quad (6)$$

Из формулы (4) определяем количество собранных бункеров за смену:

$$N_b = \frac{t - t_{ost}}{(t_{01b} + t_{pb1} \cdot N_{1b} + t_{p31})}. \quad (8)$$

На основании вышепредставленных значений определяем производительность хлопкоуборочных машин за смену:

$$W_{kg} = G_b \cdot k_b \cdot N_b = \frac{G_b \cdot k_b (t - t_{ost})}{(t_{01b} + t_{pb1} \cdot N_{1b} + t_{p31})}, \quad (9)$$

$$W_{ga} = B \cdot \ell \cdot n \cdot N_{1b} \cdot 10^{-4} \cdot N_b = \frac{B \cdot \ell \cdot n \cdot N_{1b} \cdot 10^{-4} (t - t_{ost})}{(t_{01b} + t_{pb1} \cdot N_{1b} + t_{p31})}, \quad (10)$$

Определим основное время, затраченное за смену:

$$t_0 = (t_{01b} \cdot N_b) : 3600, \text{ ч}; \quad (11)$$

общее время, затраченное для разворота за смену:

$$t_r = (t_{p31} \cdot N_{1b} \cdot N_b) : 3600, \text{ ч}; \quad (12)$$

общее время, затраченное для разгрузки бункера за смену:

$$t_p = (t_{p31} \cdot N_b) : 3600, \text{ ч}. \quad (13)$$

Результаты численных исследований. Для численных исследований используем разработанные программы [16] и общие параметры вертикально-шпиндельных и горизонтально-шпиндельных хлопкоуборочных машин:

$G_y=3.0$ т/га, $K_p=0.9$, $\ell=200-700$ м, $k_b=0.7-0.9$, $B=0.9$ м, $t=7 \cdot 3600$ с.

Отличительные параметры:

для ВША: $V_M=1.07$ м/с, $G_b=750$ кг, $t_{ost}=2.1 \cdot 3600$ с, $P=0.88$, $t_{pb1}=1.5 \cdot 60$ с, $t_{ps1}=5 \cdot 60$ с.

для ГША: $V_M=1.68$ м/с, $G_b=1080$ кг, $t_{ost}=2.52 \cdot 3600$ с, $P=0.93$, $t_{pb1}=1.5 \cdot 60$ с, $t_{ps1}=4 \cdot 60$ с.

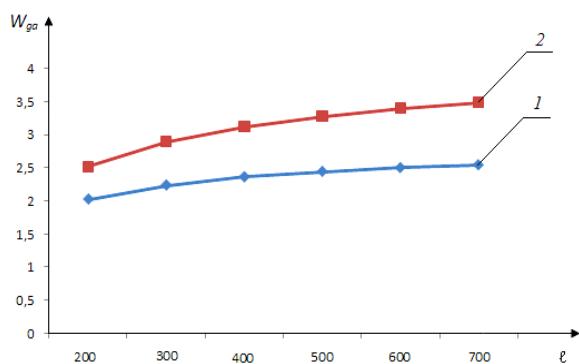


Рис. 1. Влияние длины гона (ℓ) на сменную производительность W_{ga} ХУМ: 1 – для вертикально-шпиндельных ХУМ МХ-1,8; 2 – для горизонтально-шпиндельных ХУМ Кейс-2022

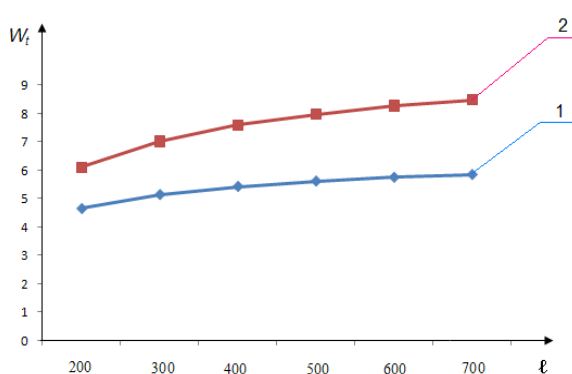


Рис. 2. Влияние длины гона (ℓ) на сменную производительность W_t ХУМ: 1 – для вертикально-шпиндельных ХУМ МХ-1,8; 2 – для горизонтально-шпиндельных ХУМ Кейс-2022

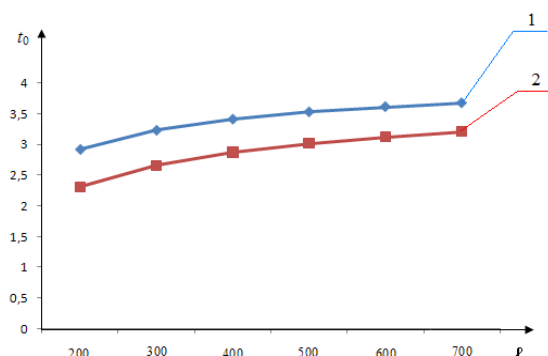


Рис. 3. Влияние длины гона (ℓ) на основное времени t_0 при сменной работе ХУМ: 1 – для вертикально-шпиндельных ХУМ МХ-1,8; 2 – для горизонтально-шпиндельных ХУМ Кейс-2022

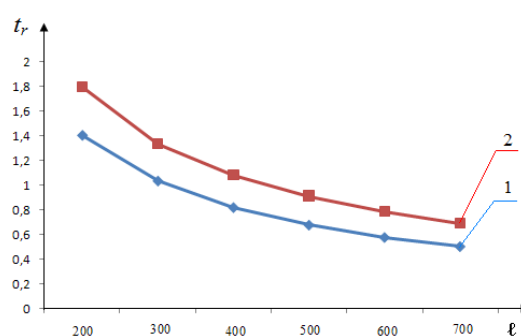


Рис. 4. Влияние длины гона (ℓ) на время t_r , затраченное для разворота при сменной работе ХУМ: 1 – для вертикально-шпиндельных ХУМ МХ-1,8; 2 – для горизонтально-шпиндельных ХУМ Кейс-2022

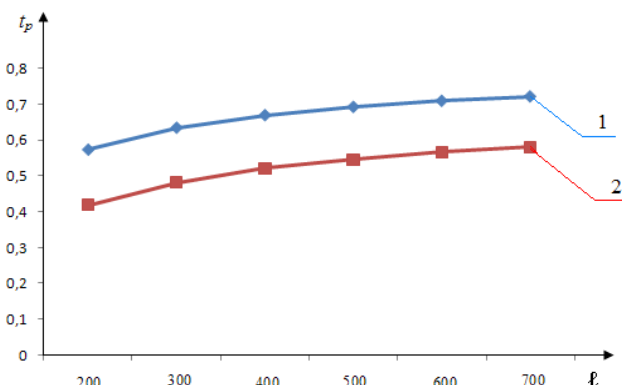


Рис. 5. Влияние длины гона (ℓ) на время, затраченное для разгрузки бункера t_p при сменной работе ХУМ: 1 – для вертикально-шпиндельных ХУМ МХ-1,8; 2 – для горизонтально-шпиндельных ХУМ Кейс-2022

Анализ полученных результатов. Из графиков, представленных на рисунке 1 видно, что на производительность ХУМ Кейс-2022 и МХ-1,8 существенно влияет длина гона ℓ . При изменении длины гона ℓ от 200 до 700 м обработанная площадь за смену для МХ-1,8 изменяется от 2.025 до 2.546 га, а для Кейс-2022 изменяется от 2.518 до 3.491 га.

Производительность Кейс-2022 по сравнению МХ-1,8 выше. Это объясняется тем, что для Кейс-2022 отличительными факторами являются более высокая скорость $V_M=1.68$ м/с и больший объем бункера $G_b=1080$ кг. Анализируя рис. 2, видим, что производительность ХУМ зависит от собранного хлопка-сырца (тонн). С увеличением длины гона ℓ увеличивается количество собранного хлопка-сырца в тоннах за смену для Кейс-2022 и МХ-1,8. Однако высокая производительность Кейс-2022 по сравнению МХ-1,8 объясняется тем, что у него выше полнота сбора $P=0.93$, больше скорость $V_M=1.68$ м/с и больший объем бункера $G_b=1080$ кг. Рис. 3 характеризует влияние длины гона ℓ на основное время t_0 , затраченное за смену. С увеличением длины гона основное времени (t_0) повышается и для Кейс-2022, и для МХ-1,8. Однако основное время у Кейс-2022 меньше по сравнению с МХ-1,8. Это объясняется тем, что при сменном балансе времени согласно [14] для Кейс 2022 выбрано $t_{ost}=2.52$ час, для МХ-1,8 $t_{ost}=2.1$ час. На рисунке 4 показано, что у Кейс 2022 время, затраченное для разворота за смену больше, чем у МХ-1,8. Это объясняется тем, что согласно рис.1 Кейс-2022 за смену обрабатывает большую площадь по сравнению с МХ-1,8, и соответственно увеличивается время, затраченное для разворота на разворотной полосе. Несмотря на это, Кейс-2022 за меньшее основное время (рис. 3) обрабатывает большую площадь, чем МХ-1,8 (см. рис.1). Это объясняется тем, что у Кейс-2022 скорость выше (1.68 м/с), чем у МХ-1,8 (1.07 м/с). На рис. 5 показано время, затраченное за смену для разгрузки бункера. С увеличением длины гона ℓ увеличивается время для разгрузки бункера у Кейс-

2022 и МХ-1,8. Однако для Кейс-2022 время, затраченное для разгрузки бункера, меньше по сравнению с МХ-1,8. Это объясняется тем, что объем бункера Кейс-2022 $(1080-750)=330$ кг больше по сравнению с объемом бункера МХ-1,8.

Заключение. Повышение производительности хлопкоуборочных машин для Кейс-2022 и МХ-1,8 при одинаковой ширине захвата и одинаковых агрофонных показателях обеспечивается увеличением длины гона (ℓ), повышением скорости хлопкоуборочных машин (V_M), объема бункера (G_b) и полноты сбора (P).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Cotton: World Statistics. <http://www.ICAC.org>; <http://www.statista.com>.
- [2] Jingshan Tian, Xuyi Zhang, Wangfeng Zhang, Hengyi Dong, Zhan Zhao. Leaf adhesiveness affects damage to fiber strength during seed cotton cleaning of machine-harvested cotton // Industrial Crops and Products, Vol.107, November, 2017. P. 211 – 216.
- [3] Kiliçkan A., Güner M. Pneumatic Conveying Characteristics of Cotton Seeds // Biosystems Engineering, Vol. 95. Issue 4. December, 2006. P. 537 – 546.
- [4] Matchanov R.D., Rizaev A.A., Yuldashev A.T., Kuldoshev D.A., Akhmedov Sh.A. Pneumatic Transport System of a Cotton Picker. // International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE). Vol. 9. Issue-4. February, 2020. P. 2267 – 2270.
- [5] Panagiotis A. Ntogkoulis, Dionysis D. Bochtis, Spyros Fountas, Remigio Berruto, Theofanis Gemtos A. Performance of cotton residue collection machinery // Biosystems Engineering, Vol. 119. March, 2014. P. 25–34.
- [6] Yiannis G. Ampatzidis, Stavros G. Vougioukas, Matthew D. Whiting, Qin Zhang. Applying the machine repair model to improve efficiency of harvesting fruit // Biosystems Engineering, Vol. 120. April, 2014. P. 25–33.
- [7] Mygdakos E., Gemtos T. A. IT – Information Technology and the Human Interface: Reliability of Cotton Pickers and its Effect on Harvesting Cost // Biosystems Engineering, Vol. 82. Issue 4. August, 2002. P. 381-391.
- [8] TIAN Jing-shan¹, ZHANG Xu-yi¹, ZHANG Wang-feng¹, LI Jian-feng¹, YANG Yan-long¹, DONG Heng-yi², JIU Xing-li², YU Yong-chuan³, ZHAO Zhan⁴, XU Shou-zhen¹, ZUO Wen-qing¹. Fiber damage of machine-harvested cotton before ginning and after lint cleaning. // Journal of Integrative Agriculture. Vol.17(5). 2018, P. 1120–1127.
- [9] Матчанов Р.Д. Хлопкоуборочные машины 1929 – 2010 гг. Ташкент, 2011. – 353 с.
- [10] Усманходжаев Х.Х. Прогноз производительности хлопкоуборочной машины. Ташкент: Узбекистан, 1980, – 28 с.
- [11] Юлдашев Ш.У. Основы технического уровня хлопкоуборочных машин. Ташкент: Фан, 1980, – 239 с.
- [12] Юлдашев Ш.У., Ризаев А.А., Юлдашев А.Т., Қўлдошев Д.А. Моделирование и расчет производительности хлопкоуборочных машин // Тракторы и сельхозмашины. М. 2010. №2. С. 35–38.
- [13] Протокол №52-53-54-95 /501.502.122/ Государственных сравнительных испытаний горизонтально-шпиндельных хлопкоуборочных машин «Кейс» модели 2155, «Кейс» модели 2022 фирмы «Кейс Корпорэйшн» /США/ и ХМГ-01 /Республики Узбекистан /. 1996.
- [14] Протокол №26-49-91 (241001002) Государственных периодических испытаний хлопкоуборочной машины ХНП-1,8А шифр по системе машин Р.52.16. Ташкент, 1991. С. 7 – 11.
- [15] <http://tekhnosfera.com/issledovanie-nekotorykh-voprosov-organizatsii-perevozok-hlopka-syrtsa>
- [16] Матчанов Р.Д., Ризаев А.А., Юлдашев А.Т., Қўлдошев Д.А. ва бош. Пахта териш машиналарининг иш унумдорлигини аниқлаш бўйича ҳисоблаш дастури / Гувоҳнома №DGU 11966. 26.07.2021.

Дата поступления
12.05.2022

А.А. Ризаев, А.Т. Юлдашев, Д.А. Қўлдошев, М.М. Мирзаева, Ш.А. Ганжаев. Пахта териш машиналарини иш унумдорлигини ҳисоблаш моделини ишлаб чиқиш

Аннотация: Ушбу мақолада пахта териш машиналарининг иш унумдорлигини ҳисоблаш моделлари келтирилган. Илгари пахта териш машиналарининг таклиф этилаётган моделлари баён қилинган, ишнингдек, янги ишлаб чиқилган моделлар таклиф этилган. Сонли тадқиқотлар асосида МХ-1,8 вертикал шпинделли пахта териш машиналари ва Кейс-2022 горизонтал шпинделли пахта териш машиналарининг қиёсий таҳлили ўтказилди. Пахта териш машиналарининг параметрларини иш унумдорлигига таъсири аниқланди.

Калит сўзлар: пахта териш машиналари; иш унумдорлиги; параметрлар; вақт баланси; омиллар; моделиштириш; сонли тадқиқотлар.

A.A. Rizaev, A.T. Yuldashev, D.A. Kuldoshev, M.M. Mirzaeva, Sh.A. Ganjaev. Development of a model and calculation of the performance of cotton pickers

Annotation: This article provides a calculation of the performance of cotton pickers. Previously proposed models of cotton pickers are described, as well as new developed models are proposed. On the basis of a numerical study, a comparative analysis of vertical-spindle cotton pickers МХ-1.8 and horizontal-spindle cotton pickers of Case 2022 was performed. The influence of the parameters of cotton pickers on their performance was determined.

Keywords: cotton pickers; performance; options; time balance; factors; modeling; numerical research.

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОСЕВНОГО ОВОЩЕВОДЧЕСКОГО АГРЕГАТА НА БАЗЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ТРАКТОРА ТТЗ-100SP

Тошболтаев М., Артикбаев Б., Мирзабдуллаев Х.

Научно-исследовательский институт механизации сельского хозяйства, поселок Гульбахор, Узбекистан
E-mail: Tmt1947@mail.ru.

Аннотация: В статье определены рациональные значения ширины захвата и рабочей скорости овощеводческого агрегата в составе специализированного трактора ТТЗ-100SP и восьмирядной пневматической сеялки СОНП-5,6, обеспечивающие полное использование крюковой мощности трактора.

Ключевые слова: овощеводческий трактор; овощеводческая сеялка; посевной агрегат; крюковая мощность трактора; использование мощности; рациональная ширина захвата; рациональная рабочая скорость.

Введение. Как известно, механизация технологических операций при выращивании овощных культур является основным фактором снижения трудоемкости и получения высоких урожаев [1, 2].

Механизация технологических операций осуществляется соответствующими машинно-тракторными агрегатами (МТА) [2, 3].

В содружестве НИИ механизации сельского хозяйства и НИИ овоще-бахчевых культур и картофеля, конструкторских организаций “Трактор” и “БМКБ-Агромаш”, Ташкентского и Чирчикского заводов сельхозмашиностроения созданы, изготовлены и испытаны специализированный овощеводческий трактор с колесной формулой 4К4 и агрегатируемый с ним шлейф сельскохозяйственных машин, на базе которых скомплектованы МТА для пахоты, подготовки почвы, посева семян и ухода за растениями овощных культур [4, 5].

Объектом данного исследования является МТА для посева, состоящий из овощеводческого трактора ТТЗ-100SP и восьмирядной сеялки СОНП-5,6.

Вопросам механизации овощеводства посвящен ряд научно-исследовательских работ. Например, в [1, 2, 6–9] приведены результаты исследований по изучению механизированных технологий возделывания овощных культур, формированию технических характеристик, разработанных ВНИИ овощеводства (Российская Федерация), шлейфа машин; вопросов комплектации, модернизации овощеводческих машин, повышения производительности и оптимизации конструкторных параметров агрегата для уборки белокочанной капусты, разработки аппарата для высадки сахарной свеклы и снижения потерь овощных культур при механизированном возделывании.

В этих работах не рассмотрены задачи обоснования технологических и кинематических параметров овощеводческих агрегатов. Исследования, направленные на решение таких задач, являются актуальными.

Цель данной статьи – обосновать рациональные значения ширины захвата и рабочей скорости движения посевного овощеводческого агрегата, состоящего из специализированного трактора ТТЗ-100SP и восьмирядной сеялки СОНП-5,6.

Методы. Используются принципы монографического наблюдения, методы и правила научных предметов «Теория трактора» (раздел «Баланс мощности»), «Расчет параметров машинно-тракторных агрегатов» (раздел «Агрегатирование»).

Результаты. Решаем две задачи: 1) определение крюковой мощности $N_{кр}$ трактора путем расчета его баланса мощности; 2) выбор ширины захвата b и рабочей скорости V_p посевного агрегата, обеспечивающих полное, 100%-ное использование $N_{кр}$.

Решение первой задачи. Результаты многолетних научно-прикладных исследований показывают, что при использовании трактора для выполнения механизированных работ не вся эффективная мощность двигателя преобразуется в полезную работу МТА. Значительная ее часть затрачивается на преодоление различных сопротивлений и теряется [10–13].

Равенство между эффективной мощностью на валу двигателя и составляющими потерями мощности называют балансом мощности трактора. Следовательно, баланс мощности

трактора – это уравнение, показывающее, на какие составляющие затрачивается эффективная мощность его двигателя.

Все вышеизложенное уместно и для овощеводческого трактора ТТЗ-100SP. Поэтому его баланс мощности в развернутом виде можно принять в виде

$$N_e = N_{TP} + N_\delta + N_f + N_\alpha + N_{KP} + N_w + N_i, \quad (1)$$

где N_{TP} , N_f , N_δ – затраты (потери) мощности на привод механизмов трансмиссии, передвижение трактора и буксование его колес; N_α , N_w , N_i – затраты (потери) мощности на преодоление сил сопротивления: подъёму трактора по наклону, воздушной среде и инерции; N_{KP} – тяговая (крюковая) мощность.

Известно, что при рабочих скоростях МТА в пределах 6–12 км/ч и площади его лобового сечения $\leq 10 \text{ м}^2$ для практических расчетов сопротивлением воздушной среды P_w можно пренебречь [12]. Тогда $N_w = 0$. В [10] отмечено: сопротивление воздуха при скоростях до 40 км/ч сравнительно мало, поэтому им пренебрегают.

При трогании трактора с места ($V_p \neq \text{const}$) возникают силы инерции P_i . В этом случае часть эффективной мощности двигателя идет на его преодоление. Но рассматриваемый здесь агрегат при посеве семян овощных культур совершает равномерное движение ($V_p = \text{const}$). В таком режиме ускорение прямолинейно-поступательного движения (i) и сила инерции (P_i) трактора, следовательно, и потери мощности N_i , равны нулю.

С учетом $N_w = 0$ и $N_i = 0$ уравнение баланса фактической мощности двигателя выглядит так:

$$N_e = N_{TP} + N_\delta + N_f + N_\alpha + N_{KP}. \quad (2)$$

Потери мощности в трансмиссии происходят вследствие трения рабочих поверхностей зубьев шестерен, взбалтывания и разбрызгивания масла в картерах и трения в подшипниках опорных валов. Эти потери мощности можно выразить уравнением

$$N_{TP} = N_e(1 - \eta_{TP}), \quad (3)$$

где N_e – эффективная мощность двигателя; η_{TP} – коэффициент полезного действия трансмиссии.

Для трактора ТТЗ-100SP: $N_e = 73.5 \text{ кВт}$ [4], $\eta_{TP} = 0.91$ [12].

Тогда $N_{TP} = 73.5(1 - 0.91) = 6.61 \text{ кВт}$. $N_{TP} = 6.61 \text{ кВт}$ соответствует 8.99% реализуемой мощности $N_e = 73.5 \text{ кВт}$.

Потери мощности на буксование обусловлены, в основном, смятием почвы колесами трактора и соответствующей потерей рабочей скорости V_p :

$$N_\delta = N_e \eta_{TP} \delta, \quad (4)$$

где δ – коэффициент буксования колес.

Для трактора ТТЗ-100SP с колесной формулой 4К4 значение коэффициента $\delta = 0.15$ [12]. Из (4) имеем: $N_\delta = 73.5 \cdot 0.91 \cdot 0.15 = 10.03 \text{ кВт}$, что соответствует 13.64 % реализуемой мощности $N_e = 73.5 \text{ кВт}$.

Потери мощности на самопередвижение зависят от силы P_f (кН) сопротивления движению трактора и величины рабочей скорости трактора V_p (м/с) в составе посевного агрегата [10]:

$$N_f = P_f V_p = 10^{-3} m_T g f V_p \cos \alpha, \quad (5)$$

где m_T – эксплуатационная масса трактора, кг; g – ускорение свободного падения, м/с^2 ; α – угол склона (подъёма) опорной поверхности, град; f – коэффициент сопротивления качению трактора.

Для трактора ТТЗ-100SP: $m_T = 4100 \text{ кг}$; $f = 0.18$ – при движении по полю, подготовленному под посев [12]; $V_p = 2.222 \text{ м/с}$ – в агрегате со сеялкой СОНП-5,6; $\alpha = 3^\circ$ – угол подъёма опорной поверхности; $g = 9.81 \text{ м/с}^2$.

Подставив эти цифры в (5), имеем:

$N_f = 10^{-3} \cdot 4100 \cdot 9.81 \cdot 0.18 \cdot 2.222 \cdot 0.9986 = 16.06 \text{ кВт}$, что составляет 21.85 % от $N_e = 73.5 \text{ кВт}$.

Потери мощности на преодоление подъёма с уклоном α :

$$N_{\alpha} = 10^{-3} m g V_p \sin \alpha. \quad (6)$$

Подставив соответствующие значения слагаемых в (6), получим:
 $N_{\alpha} = 10^{-3} \cdot 4100 \cdot 9.81 \cdot 0.18 \cdot 2.222 \cdot 0.0523 = 4.67$ кВт, что составляет 6.35 % от $N_e = 73.5$ кВт.

Из (2) вытекает формула для определения значений полезной мощности трактора ($N_{кр}$), т.е. мощности, используемой для тяги и привода рабочих органов сеялки:

$$N_{кр} = N_e - (N_{TP} + N_{\delta} + N_f + N_{\alpha}). \quad (7)$$

Подставляя числовые значения N_e , N_{TP} , N_{δ} , N_f , N_{α} в (7), вычислим:
 $N_{кр} = 73.5 - (6.61 + 10.03 + 16.06 + 4.67) = 73.5 - 37.37 = 36.13$ кВт, что составляет 49.15 % от $N_e = 73.5$ кВт.

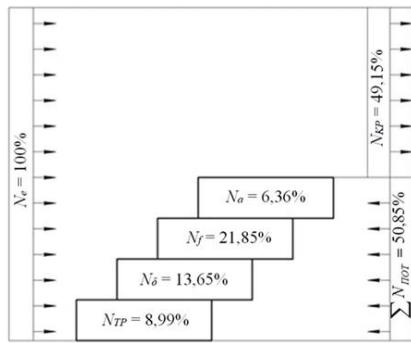


Рис. 1. Схематичное представление степени расхода эффективной мощности двигателя трактора на полезной и бесполезной мощности

По результатам расчетов построим схематичный чертеж баланса мощности овощеводческого трактора ТТЗ-100SP (рис. 1).

Решение второй задачи. Примем следующий алгоритм расчета [11].

а) исходные параметры: число рядков машины СОНП-5,6 – 8; ширина междурядья – 0.7 м; ширина захвата – $b = 5.6$ м; конструктивная масса $m_c = 1076$ кг; вес – $G_c = 10.554$ кН ($m_c g = 1076 \cdot 9.81 = 10554$ Н или 10.544 кН); уклон поля – $i = 5$ %; из литературы [12] выберем коэффициент удельного сопротивления сеялки $K_c = 1.908$ кН/м;

б) тяговое сопротивление сеялки с двумя опорными пневматическими колесами при движении посевного агрегата вверх по уклону поля [12]:

$$R_{ар} = K_c b + G_c \left(f_c + \frac{i}{100} \right), \quad (8)$$

где f_c – коэффициент сопротивления перекачиванию опорных колес сеялки. Для полей, подготовленных под посев, имеем [5, табл. 6.1] $f_c = 0.18$.

Подставив значения f_c , K_c , b , G_c в формулу (8), получим:

$$R_{ар} = 1.908 \cdot 5.6 + 10.554 \left(0.18 + \frac{5}{100} \right) = 13.111 \text{ кН};$$

в) рациональная рабочая скорость агрегата, обеспечивающая наиболее полное использование крюковой мощности $N_{кр} = 36.13$ кВт, когда $R_{ар} = 13.111$ кН:

$$V_p = \frac{3.6 N_{кр}}{R_{ар}} = \frac{3.6 \cdot 36.13}{13.111} = 9.920 \text{ км/ч};$$

г) ширина захвата сеялки, обеспечивающая наиболее полную реализацию мощности $N_{кр} = 36.13$ кВт при скорости движения агрегата $V_p = 9.920$ км/ч на фиксированных значениях параметров $f_c = 0.18$; $K_c = 1.908$ кН/м; $G_c = 10.554$ кН и $i = 5$ % [14, 15]:

$$b = \frac{1}{K_c} \left[\frac{3.6 N_{кр}}{V_p} - G_c \left(f_c + \frac{i}{100} \right) \right] = \frac{1}{1.908} \left[\frac{3.6 \cdot 36.13}{9.920} - 10.554 \left(0.18 + \frac{5}{100} \right) \right] = \frac{1}{1.908} (13.111 - 2.427) = 5.599$$

или $b = 5.6$ м;

д) расчетная производительность посевного агрегата за 1 ч «чистой» работы составит [11]:

$$w = 0.1 b V_p = 0.1 \cdot 5.6 \cdot 9.920 = 5.555 \text{ га/ч};$$

е) расчетное значение тягового КПД трактора в агрегате с восьмьюрядной сеялкой СОНП-5,6 на фоне посева в заданных условиях:

$$\eta_T = \frac{N_{кр}}{N_e} = \frac{36.13}{73.5} = 0.491 \text{ или } \eta_T = 49.1\%.$$

Анализ. Из диаграммы степени расхода эффективной мощности двигателя трактора видно, что если $N_e = 73.5$ кВт принять за 100%, то 50.85% мощности (37.37 кВт) расходуется на преодоление различных сопротивлений, а оставшая часть – 49.15% или 36.13 кВт используется на полезную работу ($N_{кр}$). При ширине захвата агрегата $b = 5.6$ м и скорости движения $V_p = 9.920$ км/ч достигается полное использование крюковой мощности $N_{кр} = 36.13$ кВт овощеводческого трактора ТТЗ-100SP.

Обсуждение. Расчетное значение $\eta_T = 0.491$ показывает, что при создании энергосберегающих посевных агрегатов следует стремиться к тому, чтобы коэффициент η_T был близок к 1, т.е. $\eta_T^{\max} \rightarrow 1$. Для достижения этой цели возникает необходимость принятия определенных научно-инженерных мер. Например, другие варианты агрегатирования: выбрать другую марку трактора или рассмотреть иную комплектацию сеялки с меняющейся рабочей шириной захвата.

Заключение.

1. В процессе работы посевного агрегата в самом тракторе теряется половина (50.85%) мощности двигателя.
2. Необходимо дальнейшее совершенствование конструкции трактора ТТЗ-100SP и повышение качества его эксплуатации с целью снижения бесполезных (непроизводительных) потерь эффективной мощности.
3. Полученные значения ширины захвата 5.6 м и скорости движения 9.920 км/ч оцениваются как рациональные параметры посевного агрегата.
4. В перспективе целесообразно решение оптимизационной задачи. При этом оптимальным, в заданных условиях эксплуатации, будет тот вариант (компоновки, конструкции) посевного агрегата, при котором достигается максимальная производительность и минимальный расход топлива на единицу выполняемой работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Иркв И.И., Борисов В.А. Совершенствование овощеводческих технологий в открытом грунте // Картофель и овощи. М., 2019. №10. С. 14-16.
- [2] Литвинов С.С., Иркв И.И. Современные технологии в овощеводстве // Сб. научн. трудов по овощеводству и бахчеводству к 80-летию со дня основания ГНУ Всероссийского научно-исследовательского института овощеводства Россельхозакадемии. М.: Изд-во ГНУ ВНИИО Россельхозакадемии, 2011. С. 21–31.
- [3] Блинский Ю.Н. Проектирование производственных процессов в растениеводстве. Новосибирск: Изд-во Новосибирского ГАУ, 2019. – 278 с.
- [4] Сельскохозяйственная техника. Автомобили. Каталог. Ташкент: ИМЭСХ, “MUXAMMAD POLIGRAF”, 2016. – 480 с.
- [5] Ганиев Ф.К., Оситов О.С. К вопросу создания овощеводческого трактора для сельхозпроизводства Республики Узбекистан // Кишлок хўжалиғини механизациялашга доир истикболли технологик жараёнлар бўйича илмий тадқиқотларнинг натижалари: Сборник трудов УзМЭИ. Гульбахор, 2006. С. 13–15.
- [6] Романовский Н.В. Расчет производительности агрегата для выборочной уборки ранних овощей на примере белокочанной капусты // Техническое и кадровое обеспечение инновационных технологий в сельском хозяйстве: Материалы междунар. научн. практич. конф. Минск. 23–24 октября 2014 г. В 2 ч. Ч.1. Минск: БГАТУ, 2014. С. 119–121.
- [7] Романовский Н.В., Гузанов М.С. Оптимизация конструктивных параметров агрегата для выборочной уборки белокочанной капусты // Молочнохозяйственный вестник. М., 2013. № 4. С. 59–63.
- [8] Михеев В.В., Зернов В.Н., Еремин П.А., Петухов С.Н. Механизация в технологиях семеноводства корнеплодов // Сельскохозяйственные машины и технологии. М., 2018. Т.12. № 6. С. 31–37.
- [9] Верещагин Н.И., Левшин А.Г., Скороходов А.Н., Киселев С.Н., Косырев В.П., Зубков В.В., Горшков М.И. Организация и технология механизированных работ в растениеводстве. Учебное пособие. М.: Издательский центр “Академия”, 2012. – 409 с.
- [10] Зангиев А.А., Шпилько А.В., Левшин А.Г. Эксплуатация машинно-тракторного парка. М.: Колос, 2004. – 320 с.
- [11] Диденко Н.К. Эксплуатация машинно-тракторного парка. Киев: «Вище школа», 1977. – 392 с.
- [12] Эксплуатационные свойства мобильных агрегатов. Учебное пособие / Костюченков Н.В., Плаксин А.М. Под ред. Плаксина А.М. Астана: КАТУ им. С.Сейфулина, 2010. – 204 с.
- [13] Тошболтаев М., Муродова З. Расчет баланса мощности мини трактора ТТЗ-30С // Интеграция науки, общества, производства и промышленности: проблемы и перспективы. Сборник статей Международной научно-практической конференции 20 июля 2021 г. Тюмень; Уфа: Аэтерна, 2021. С. 28–32.
- [14] Тошболтаев М., Джиянов М. Определение оптимального состава машинно-тракторного парка для модельного хлопково-текстильного кластера // Сельскохозяйственные машины и технологии. М., 2021. №2. Т.15. С. 9–12.

[15] Тошболтаев М., Муродова З. Определение показателей оценки работы средств малой механизации сельскохозяйственного назначения //Сельскохозяйственные машины и технологии. М., 2022. №1. Т.16. С. 34–40.

Дата поступления
08.04.2022

М. Тошболтаев, Б. Артикбаев, Х. Мирзабдуллаев. Ихтисослашган TT3-100SP трактори базасидаги сабзавотчилик экиш агрегатининг рационал параметрларини танлаш

Аннотация: Мақолада ихтисослашган TT3-100SP трактори ва саккиз қаторли пневматик СОНП-5,6 сеялкадан иборат сабзавотчилик агрегатининг трактор илмоғидаги қувватдан тўла фойдаланилишини таъминлайдиган қамров кенглиги ва ишчи тезлигининг рационал қийматлари аниқланган.

Калит сўзлар: сабзавотчилик трактори; сабзавотчилик сеялкаси; экиш агрегати; трактор илмоғидаги қувват; қувватдан фойдаланиш; рационал қамров кенглиги; рационал ишчи тезлиги.

M. Toshboltaev, B. Artikbaev, Kh. Mirzabdullaev. Selection of rational parameters of the vegetable planting unit based on the specialized TTZ-100SP tractor

Abstract: The article identifies the rational values of the coverage width and working speed, which ensures the full use of the power in the tractor hook of the specialized TTZ-100SP tractor and an eight-line pneumatic SONP-5.6 seeder.

Keywords: vegetable tractor; vegetable seeder; planting aggregate; power in the tractor hook; use of power; width of rational coverage; rational working speed.

УДК 621.01

РАСЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СЕМЯОТВОДЯЩЕГО УСТРОЙСТВА ПИЛЬНОГО ДЖИНА С ШЕЛУШИЛЬНОЙ КАМЕРОЙ

Мухаммадиев Д.М.¹, Ахмедов Х.А.¹, Примов Б.Х.¹, Маллаев О.С.¹, Жамолова Л.Ю.²

¹Институт механики и сейсмостойкости сооружений им.М.Т.Ураббаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан

²Ташкентский государственный аграрный университет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: davlat_mm@mail.ru

Аннотация: В статье изложены материалы расчета технологических показателей семяотводящего устройства пильного джина с шелушильной камерой. Расчетами установлено, что производительность винтового конвейера с семяотводящим устройством достигает 2350,94 кг/ч для труб с диаметром 125 мм, что обеспечивает запас по производительности более чем в 1,7 раза. Установлено, что выход волокна и семян из хлопка в процентном содержании составит 34 и 66%, производительность джина по семенам-4667 кг/ч. При этом потребляемая мощность для транспортировки семян внутри семяотводящей трубы достигает 0,076 кВт.

Ключевые слова: хлопок; семена; волокна; пильный джиг; рабочая камера; сырцовый валик; пильный цилиндр; семяотводящее устройство; перфорированная труба; вращающийся шнек; производительность; угловая скорость.

Введение. При создании джинов с шелушильной (очистительной) камерой, удовлетворяющих требованиям компоновки машинных агрегатов по производительности, необходимо определить конструктивные и режимные параметры разрабатываемого джина и, прежде всего, такие, как оптимальное значение междупильного промежутка, размерные характеристики рабочей камеры и их взаимная координация, скоростные режимы подвижных рабочих органов, производительные и качественные характеристики работы джина.

Используя формулу, предложенную Г.И.Болдинским [1], определяем изменения производительности пильного джина в зависимости от коэффициента использования зубьев пил (рис. 1).

Максимальное значение производительности джина по формуле [1] составляет 21,7 кг волокна на пилу в час. При этом производительность джина зависит от скорости пильных дисков, геометрии зуба, с изменением значений которых в определенных границах можно определить пути повышения производительности джина. Установлено, что основным влияющим фактором на производительность джина является коэффициент использования зубьев пил, который зависит от скорости сырцового валика [1]. Следовательно, чем больше скорость вращения сырцового валика, тем больше используются зубья пильных дисков.

В работах А.Максудова [2] теоретические значения производительности пильного джина определяются через скорости пильного цилиндра и сырцового валика, а также его массы:

$$Q_t = Q_o + 1.35 \cdot (\nu - \nu_o) + 7.1 \cdot (\nu_b - \nu_{bo}) + 0.5 \cdot (G - G_o) . \quad (1)$$

Для повышения производительности пильного джина необходимо (1) повысить окружную скорость пильного цилиндра и сырцового валика, а также массы сырцового валика, а с точки зрения модернизации серийного пильного джина 5ДП-130 – скорость вращения и массу сырцового валика. Это осуществимо при установке внутри рабочей камеры семяотводящей трубы.

Исследованиями П.Н.Тютина, М.Тиллаева, Н.К.Сафарова, А.С.Ибрагимова, Д.М.Мухаммадиева доказана принципиальная возможность установки дополнительного семяотода из центральной части сырцового валика посредством приводного трубчатого семяотводящего устройства, внутри которого установлен семенной шнек, позволяющий повысить производительность джина [3 – 5].

В частности, Н.К.Сафаровым предложен пильный джин с семяотводящим устройством со следующими конструктивными параметрами трубы [5]:

- диаметр трубы $\varnothing 165$ мм, с живым сечением – 9.5%;
- частота вращения – 290 мин^{-1} ;
- ориентация отверстий (овал 10×20) на поверхности трубы 44.5×43.1 мм.

Данная конструкция позволила довести оптимальную производительность джина до 12 кг на пилу в час и шнека по семенам до 380 кг/ч. Установлено влияние производительности джина, частоты вращения семяотводящего устройства и вывод дженированных семян с семявыводящим устройством на процесс дженирования [5].

Однако в работе [5] отсутствует методика расчета динамических параметров пильного джина с семяотводящим устройством и не изучен привод машинного агрегата пильного джина с уменьшением междупильных расстояний и их влияния на процесс дженирования.

Установление семяотводящей трубы с радиусом R обеспечивает уменьшение объема рабочей камеры ($V_{об} = \pi R^2 \cdot l$), при этом масса сырцового валика равна G . Расстояние по радиусу рабочей камеры от стенки трубы до лобового бруса составляет $r - R$ и с увеличением R уменьшается, тогда равенство (1) получит следующий вид [6]:

$$Q_t = Q_o + 1.35 \cdot (\nu - \nu_o) + 7.1 \cdot [k \cdot w_b \cdot (r - R) - \nu_{bo}] + 0.5 \cdot [\rho \cdot (V_{об} - \pi R^2 \cdot l) - G_o] , \quad (2)$$

где k – коэффициент, учитывающий увеличение частоты вращения сырцового валика.

Для пильного джина с шелушильной камерой [7, 8]:

$Q_o = 14.9$ кг волокна на пилу в час – производительность пильного джина с шелушильной камерой;

$\nu_o = 12.31$ м/с – окружная скорость пильного цилиндра;

$\nu_{bo} = 1.58$ м/с – окружная скорость сырцового валика;

$w_b = \nu_b / r = 9.42$ рад/с – угловая скорость сырцового валика;

$r = 0.168$ м – радиус стенки лобового бруса от центра рабочей камеры;

$G_o = 13.8$ кг – масса сырцового валика при его плотности $\rho = 300 \text{ кг/м}^3$, $V_{об} = 0.046 \text{ м}^3$ – объем и $l = 0.54$ м – длина рабочей камеры.

- Для разрабатываемого джина [7, 8]:

$\nu = 12.31$ м/с – предлагаемая окружная скорость пильного цилиндра;

$\nu_b = w_b \cdot r = 1.58$ м/с – предлагаемая окружная скорость сырцового валика;

$w_b = \nu_b / r = 9.42$ рад/с – угловая скорость сырцового валика;

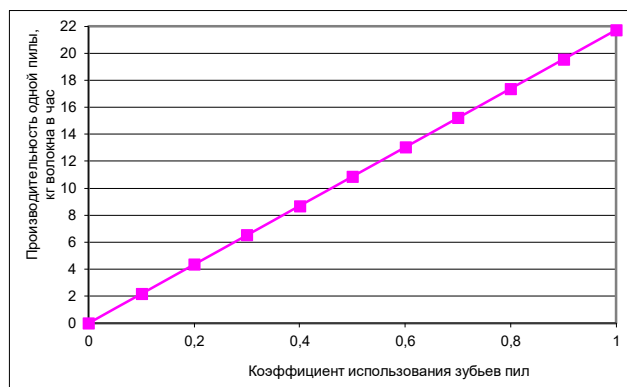


Рис. 1. Изменение производительности одной пилы по волокну, кг/час

$r=0.168$ м – радиус стенки лобового бруса от центра рабочей камеры;

$G=\rho(V_{об}-\pi R^2 \cdot l)$ кг – масса сырцового валика;

R – радиус семяотводящей трубы.

Используя уравнение (2), построим график изменения расчетной производительности



Рис. 2. Изменение расчетной производительности пильного джина с шелушильной камерой и семяотводящей системой в зависимости от коэффициента увеличения угловой скорости сырцового валика при различных диаметрах трубы

ти пильного джина с шелушильной камерой и семяотводящей системой от диаметра трубы $2R$ и коэффициента, учитывающего повышение угловой скорости сырцового валика k (рис. 2).

Для повышения производительности пильного джина до 20 кг волокна на пилу в час с семяотводящей трубой при изменении его диаметра от 112 до 138 мм необходимо увеличить частоты вращения сырцового валика от 2.3 до 2.7 раз (см. рис. 2). При этом зазор между пильным диском и трубой уменьшается с 50 до 41 мм, а объем рабочей камеры увеличивается с 11.4 до 15.4%. Кроме того, зазор между трубой и лапками колосников, необходимый для проведения замены или ликвидации забоев в колосни-

ках, уменьшается с 105.8 до 96.8 мм.

Из зависимости (2) видно, что увеличение объема рабочей камеры установкой семяотводящей трубы приводит к увеличению плотности сырцового валика. Учитывая, что для повышения производительности и снижения массы сырцового валика на 15% необходимо увеличить количество пил на пильном валу и живого сечения трубы до 15%, а следовательно, уменьшить шаг расположения пильных дисков с 18 до 15 мм. Увеличение количества пил и живого сечения перфорированной трубы на 15% в пильном валу позволит снизить плотность сырцового валика, отводя семена через отверстия перфорации, а волокно – с помощью пильных дисков.

Т.Саидходжаевым [9] установлено, что длина волокна с уменьшением междупильного расстояния с 20.64 до 14.59 мм при дженировании хлопка-сырца разновидности 108Ф уменьшается на 0.1–0.2 мм.

Исходя из вышеуказанного, для создания пильного джина с шелушильной камерой необходимо увеличить количество пил на 20% и установить семяотводящую трубу с отверстиями.

Определяем необходимую угловую скорость сырцового валика и коэффициент его повышения k , используя уравнения (2), рис. 2 для различных диаметров трубы, значения которых приведены в табл. 1, позволяющие довести производительность пильного джина до 20 кг волокна на пилу в час.

Таблица 1

Определение необходимой частоты вращения семяотводящих труб различного диаметра, обеспечивающего производительность джина до 20 кг волокна на пилу в час

Наружный диаметр трубы R_1 , мм	Максимальная угловая скорость сырцового валика в зоне дисковых пил (без трубы)		Коэффициент повышения угловой скорости сырцового валика k из уравнения (2) и из рис. 2	Необходимые частоты вращения семяотводящих труб	
	рад/с	об/мин		рад/с	об/мин
112	16.53	157.87	2.3	30.38	290.08
125	16.09	153.71	2.45	34.35	328.05
138	15.63	149.29	2.65	36.36	347.24

На основе анализа табл. 1, установлено, что, например, для диаметра трубы 125 мм максимальные значения угловой скорости сырцового валика до пильных дисков $\omega_{\max}=16.09$ рад/с (153.71 об/мин), тогда угловая скорость семяотводящей трубы должна быть в пределах $\omega=34.35$ рад/с (328.05 об/мин), так как $k=2.45$.

Семена,двигающиеся медленнее, чем перфорированная труба, попадают внутрь трубы и далее выносятся наружу посредством установленного винтового шнека. Количество выносимых из щели семян из внутреннего цилиндра (семяотводящей трубы) определяется равенством

$$Q_u = \rho_c \cdot K_1 \cdot b_1 \cdot \omega_1 \cdot R_1^2 = 68 \cdot b_1 \cdot \omega_1 \cdot R_1^2, \quad (3)$$

где $\rho_c=340$ кг/м³ – плотность семян [1]; $K_1 \approx 0.2$ – коэффициент живого сечения семяотводящей трубы; b_1 – ширина выходной зоны камеры, м; ω_1 и R_1 – частота вращения (рад/с) и наружный радиус (м) семяотводящей трубы.

Определим соотношение расхода семян, уносимых шнеком, к его общему количеству

$$\frac{Q_u}{Q_{\text{сем}}} = \frac{Q_u}{Q} \cdot \frac{Q}{Q_{\text{сем}}}, \quad (4)$$

где $Q=Q_{\text{сем}}+Q_{\text{вол}}$ – секундный расход хлопка, поступающего в рабочую камеру; $Q_{\text{вол}}$ – количество волокна.

Тогда

$$\frac{Q}{Q_{\text{сем}}} = 1 + \frac{Q_{\text{вол}}}{Q_{\text{сем}}}, \quad \text{так что} \quad \frac{Q_u}{Q_{\text{сем}}} = \left(1 + \frac{Q_{\text{вол}}}{Q_{\text{сем}}}\right) \cdot \frac{Q_u}{Q}. \quad (5)$$

Теперь определим количество хлопка-сырца, поступающего в рабочую камеру:

$$Q = \rho_{\text{хл}} \cdot l \cdot b_o \cdot U_{\theta}(R_2, \pi/2) = 138.63 \cdot b_o, \quad (6)$$

где $l=2.358$ м – ширина рабочей камеры; $\rho_{\text{хл}}=50$ кг/м³ – плотность хлопка в питателе джина; $U_{\theta}(R_2, 210^\circ)=1.1757$ м/с – тангенциальная скорость сырцового валика в входной зоне рабочей камеры (6). При $Q=7000$ кг/ч (1.94 кг/с или 0.0388 м³/с) $b_o=h=1.94/(1.1758 \cdot 2.358)=0.014$ м.

Таким образом, из равенств (4), (5) и (6) будем иметь следующее выражение для определения соотношения количества семян:

$$\frac{Q_u}{Q_{\text{сем}}} = \left(1 + \frac{Q_{\text{вол}}}{Q_{\text{сем}}}\right) \cdot \frac{68 \cdot b_1 \cdot \omega_1 \cdot R_1^2}{138.63 \cdot b_o}. \quad (7)$$

В зависимости от сорта хлопкового волокна и степени работы пилы, снимающей волокно с семян хлопка, выход волокна может составить около 33% от общего количества хлопка-сырца. Следовательно, отношение $Q_{\text{вол}}/Q_{\text{сем}} \approx 0.5$.

Отсюда находим соотношение количества семян, отводимых внутренним цилиндром, к их общему количеству

$$\frac{Q_u}{Q_{\text{сем}}} = 0.7358 \cdot \frac{b_1 \cdot \omega_1 \cdot R_1^2}{b_o}. \quad (8)$$

Тогда, для случая, когда ширина входной $b_o=0.014$ м и выходной зоны $b_1=0.042$ м одинакова ($b_1/b_o=3$) и при $Q_{\text{сем}}=4667$ кг/ч, будем иметь показатели, приведенные в табл.2.

Таблица 2

Расчет соотношения вывода семян

R_1 , м	0.056	0.0625	0.069
ω_1 , с ⁻¹	30.38	34.35	36.36
$Q_u/Q_{\text{сем}}$	0.2103	0.2962	0.3821
Q_u , кг/ч (кг/с)	981.40 (0.2726)	1382.19 (0.3839)	1783.21 (0.49534)

Результат расчета соотношения вывода семян через перфорации трубы для труб различного радиуса составляет 21 – 38.2% от общего количества семян. Учитывая производительность по хлопку 7000 кг/ч, после дженирования получаем общее количество семян

4667 кг/ч. Тогда, например, перфорированная труба с живым сечением 20% и радиусом $R_1=0.0625$ м позволяет выводить семена с производительностью 1382.19 кг/ч (0.3839 кг/с).

Количество выносимых из щели семян посредством шнека определяется равенством [1]:

$$Q_{ш}=60 \cdot S \cdot n \cdot \psi \cdot \rho \cdot \pi \cdot D^2 / 4, \text{ кг/ч} \quad (9)$$

где D —диаметр винта, м; $S=(D/1.15)$ —шаг винта, м; n — частота вращения винта или семяотводящей трубы, об/мин; $\psi=0.40$ — коэффициент наполнения для хлопковых семян; $\rho=340 \text{ кг/м}^3$ — насыпная объемная масса для семян средневолокнистых сортов хлопка-сырца [1].

Установлено, что остановка шнека относительно рабочей камеры и вращение трубы относительно шнека дает возможность облегчить конструкцию семяотводящей трубы [10]. Однако увеличиваются риск образования забоев и поломка винтового шнека. Следовательно, к приводу семяотводящего устройства предусмотрен редуктор для увеличения частоты вращения винта относительно семяотводящей трубы.

Мощность, потребную для привода винта горизонтального конвейера, определяем по формуле [1]

$$N=Q_{ш} \cdot l \cdot W / (367 \cdot \eta), \quad (10)$$

где $l=2.358$ м — длина конвейера; $\eta=0.8$ — коэффициент полезного действия привода; $W=4$ — коэффициент общего сопротивления в конвейере.

Используя уравнения (9), (10) и данные табл.1, можно определить производительность и потребляемую мощность семяотводящего устройства для различных диаметров труб, которые представлены в табл. 3.

Таблица 3

Изменения производительности семяотводящего шнека в зависимости от диаметров перьев шнека

Наружный диаметр трубы, м	Диаметр винта, м	Шаг винта, м	Частота вращения семяотводящего шнека, об/мин	Производительность семяотводящего шнека, кг/ч	Потребляемая мощность семяотводящим устройством, кВт
0.112	0.082	0.071	435.16	1337.13	0.043
0.125	0.095	0.083	492.03	2350.94	0.076
0.138	0.108	0.094	520.82	3656.28	0.117

Анализ табл. 3 показывает, что, например, производительность винтового конвейера с семяотводящим устройством достигает 2350.94 кг/ч (однако труба с перфорацией 20% имеет 1382.19) для труб с диаметром 125 мм. Поэтому данная семяотводящая труба имеет запас по производительности более чем в 1.7 раза. Выход волокна и семян из хлопка в процентном содержании, соответственно, составляет 34 и 66%, тогда производительность по семени составит 4667 кг/ч. Предполагаем, что из джина семена выделяются через семяотводящую трубу до 50%, тогда этим устройством обеспечивается производительность джина до 10500 кг/ч по хлопку. При этом потребляемая мощность для транспортировки семян внутри семяотводящей трубы составляет 0.076 кВт.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джабаров Г.Д., Балтабаев С.Д., Котов Д.А., Соловьев Н.Д. Первичная обработка хлопка. М.: Легкая индустрия, 1978. — 430 с.
- [2] Максудов А. Влияние оптимального соотношения между скоростями пильного цилиндра и сырцового валика на качественные показатели дженирования: Дис. ... канд. техн. наук. Ташкент: ТИТЛП, 1976. — 169 с.
- [3] Хамидов А., Тютин П.Н., Рахматкариев Ш.У., Мухаммадиев Д.М. О движении летучек и семян внутри рабочей камеры волоконотделителя с дополнительным семявыводящим устройством // Актуальные проблемы переработки льна в современных условиях: Аннотации докл. Межд. науч.-техн. конф. 17–18 октября 2002. Кострома, 2002. — 162 с.
- [4] Tillayev M.T. Paxtaga birlamchi ishlov berish texnologiyasi (darslik). Toshkent., 2015. — 236 с.
- [5] Сафаров Н.К. Влияние плотности сырцового валика на технологические показатели пильного дженирования: Дис. ... канд. техн. наук. Ташкент: ТИТЛП, 1998. — 177 с.
- [6] Мухаммадиев Д.М. Динамика машинных агрегатов пильного джина с семяотводящим устройством и конденсора пульсирующим воздушным потоком: Дис. ... докт. техн. наук. Ташкент, 2014. — 211 с.

- [7] Мухаммадиев Д.М., Ахмедов Х.А., Примов Б.Х., Ибрагимов Ф.Х., Жамолова Л.Ю., Мухаммадиев Т.Д. Влияние производительности на технико-технологические параметры пильного джина с набрасывающим барабаном // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2020. №2. С.88 – 92.
- [8] Мухаммадиев Д.М., Кулиев Т.М., Примов Б.Х. Экспериментальное исследование кинематики сырцового валика пильного джина с шелушительной камерой // Проблемы текстиля. 2019. №1. С.18 – 25.
- [9] Саидходжаев Т. Исследования влияния междупильного расстояния на процесс дженирования: Дис. ... канд. техн. наук. – Ташкент: ТИТЛП, 1966. – 213 с.
- [10] Мухаммадиев Д.М. Рабочая камера пильного джина. Патент РУз IAP 04761 (от 31.10.2013 г.).

Дата поступления
24.01.2022

Д.М.Мухаммадиев, Х.А.Ахмедов, Б.Х.Примов, О.С.Маллаев, Л.Ю.Жамолова. Тозалаш камерали аррали жин чигит чиқариш қурилмасининг параметрларини ҳисоблаш

Аннотация: Мақолада тозалаш камерали аррали жин чигит чиқариш қурилмасининг технологик параметрларини ҳисоблаш материаллари келтирилган. Ҳисоблашлар тозалаш камерали аррали жин чигит чиқариш қурилмасининг қувур диаметри 125 мм учун винтли конвейернинг иш унумдорлиги 2350,94 кг/соат тенглигини кўрсатиб, иш унумдорлик бўйича захира 1.7 баробардан ортиқлигини таъминлайди. Пахтадан олинган тола ва чигитларнинг чиқиши 34 ва 66% фоизларда, жиннинг чигит бўйича иш унумдорлиги 4667 кг/соат ташиқил этади. Шу билан бир вақтда, чигитнинг қувур ичида ташиш учун электр сарфи 0.076 кВт тенг.

Калит сўзлар: пахта; чигит; толалар; аррали жин; иш камера; хом ашё валиги; аррали цилиндр; чигитни чиқариш қурилмаси; тешикли қувур; айланувчи инек; унумдорлик; бурчак тезлик.

D.M. Mukhammadiev, Kh.A. Akhmedov, B.Kh. Primov, O.S. Mallae, L.Yu. Zhamolova. Calculation of technological parameters of the seed-removing device of a saw gin with a cleaning chamber

Abstract: The article presents the materials for calculating the technological parameters of the seed removal device of a saw gin with a cleaning chamber. Calculations have established that the productivity of a screw conveyor with a seed removal device reaches 2350.94 kg / hour for pipes with a diameter of 125 mm, which provides a margin of productivity of more than 1.7 times. The yield of fiber and seeds from cotton in percentages of 34 and 66%, the gin seed capacity will be 4667 kg /hour. At the same time, the power consumption for transporting seeds inside the seed pipe is 0.076 kW.

Keywords: cotton; seeds; fibers; saw gin; working chamber; raw roller; saw cylinder; seed removal device; perforated pipe; rotating screw; productivity; angular velocity.

УДК 532.546

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ НА ПЛУНЖЕР ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ НЕФТЯНЫХ СКВАЖИН ГЛУБИННЫМИ НАСОСАМИ

Гайбулов Ю. Ш.

Самаркандский государственный архитектурно-строительный институт имени Мирзо Улугбека,
Самарканд, Узбекистан
E-mail: ygaybulov@mail.ru

Аннотация: Рассмотрена задача определения давления на плунжер при эксплуатации нефтяных скважин глубинными насосами. Путем решения уравнения нестационарного ламинарного движения жидкости в кольцевом зазоре между насосно-компрессорной трубой и штангами предложен теоретический способ определения давления нефти на плунжер при его ходе вверх. С помощью численных экспериментов проведено сравнение полученного решения с ранее полученным автором упрощенным решением задачи.

Ключевые слова: вязкая жидкость; кольцевой зазор; плоская труба; преобразование Лапласа; ординал; изображение.

Введение. Эксплуатация нефтяных скважин штанговыми насосами является одним из основных способов механизированной добычи нефти. Они приспособлены для работы в скважинах на большой глубине. Колонна насосных штанг сообщает плунжеру возвратно-поступательное движение. При этом на штанги передаются нагрузки от давления столба жидкости, воспринимаемые плунжером при ходе вверх, от силы инерции движущихся масс штанг и жидкости и другие динамические нагрузки [1, 2].

В общем случае решение многих задач нефтепромысловой механики сводится к решению гидродинамической задачи нестационарного движения жидкостей в трубах и кольцевых каналах [3–6].

Определение гидродинамического давления жидкости на плунжер при эксплуатации нефтяных скважин штанговыми глубинными насосами имеет важное значение для расчета

нагрузки на штанги и выбора рационального режима работы насосной установки. Задача представляет интерес как для расчетных целей, так и для обоснования методики экспериментальных исследований.

В [7, 8] кольцевой зазор между двумя круглыми трубами рассматривается как плоская труба. В [7] задача решалась приближенным методом Слезкина–Тарга. Точное решение задачи движения вязкой нефти в плоской трубе приведено в [8], а для случая вязкоупругой нефти – в [9–10]. Однако рассмотрение кольцевого зазора как плоская труба не всегда оправдано и ограничивает применение полученных формул в практических расчетах. Далее путем решения задачи нестационарного движения жидкости в кольцевом зазоре между насосно-компрессорной трубой и штангами предложен теоретический способ определения давления нефти на плунжер при его ходе вверх. Используя преобразование Лапласа, получим формулу для определения гидродинамического давления на плунжер при ламинарном нестационарном движении вязкой жидкости (нефти) в кольцевом пространстве между подъемной трубой и штангами. С помощью численных расчетов проведено сравнение полученного решения с решением, данным в [8].

Материалы и методы. Рассмотрим задачу определения гидродинамического давления жидкости (нефти) на плунжер при ходе его вверх (рис. 1).

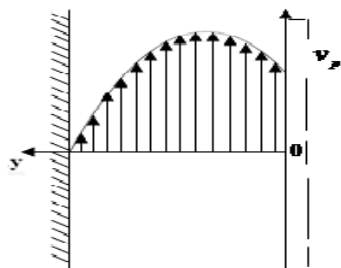


Рис. 1. Распределение скорости жидкости в кольцевом пространстве между колонной трубой и штангами относительно неподвижной системы

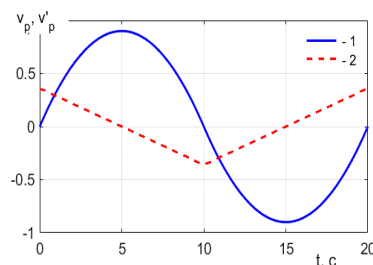


Рис. 2. Графики зависимости скорости и ускорения плунжера от времени:
1 – $v_p(t)$; 2 – $v'_p(t)$

При математическом моделировании процесса относительно движения жидкости и труб используем общепринятые допущения. Нефть считаем вязкой ньютоновской жидкостью. Полное давление жидкости на плунжер $p(t)$ будет [6]

$$p(t) = \Delta p(t) + (L - h)\rho g + p_0, \quad (1)$$

где $\Delta p(t)$ – потери давления при нестационарном движении жидкости в подъемной трубе кольцевого сечения; p_0 – давление на устье; L – высота поднимаемого столба жидкости; h – глубина погружения глубинного насоса; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Скорость жидкости при нестационарном ламинарном режиме движения в подъемной трубе можно определить из решения дифференциального уравнения [7]

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + q(t), \quad (r_2 < r < R), \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями

$$v(r, 0) = 0, \quad (r_2 \leq r \leq R); \quad v(r_2, t) = v_p(t), \quad v(R, t) = 0, \quad (t > 0), \quad (3)$$

где $v(r, t)$ – скорость движения жидкости в подъемной трубе; $v_p(t)$ – скорость движения плунжера; μ – динамическая вязкость жидкости; R – радиус подъемной трубы; r_2 – радиус штанг; $q(t) = \Delta p / L$ – градиент давления на единицу длины по оси трубы.

При пренебрежении продольными колебаниями штанг и труб можно считать, что скорость плунжера соответствует скорости точки подвески штанг. Исходя из этого, в интервале времени $0 < t < T$ скорость плунжера $v_p(t)$ можно принимать в виде [7] (рис. 2)

$$v_p(t) = \frac{48v_0}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \sin \frac{2\pi(2n-1)t}{T}, \quad (4)$$

где T – период одного цикла движения плунжера; v_0 – средняя скорость движения точки подвески штанг.

Задача состоит в определении полного давления $p(t)$. С этой целью наряду с (1)–(4) используется уравнение баланса расхода

$$Q = \pi(r_1^2 - r_2^2)v_p(t) = 2\pi \int_{r_2}^R rv(r, t)dr, \quad (5)$$

где r_1 – радиус плунжера; Q – расход жидкости.

Для решения сформулированной задачи сначала введем следующие новые безразмерные переменные:

$$\bar{t} = \frac{U_x}{R}t, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{v}(\bar{r}, \bar{t}) = \frac{v(r, t)}{U_x}, \quad \bar{v}_p(\bar{t}) = \frac{v_p(t)}{U_x},$$

где U_x – некоторое характерное значение скорости.

Уравнение (2), краевые условия (3) и равенство (5) в безразмерных величинах принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} \right) + \bar{q}(\bar{t}), \quad (\alpha < \bar{r} < 1), \quad (6)$$

$$\bar{v}(\bar{r}, 0) = 0, \quad (\alpha \leq \bar{r} \leq 1); \quad \bar{v}(\alpha, \bar{t}) = \bar{v}_p(\bar{t}), \quad \bar{v}(1, \bar{t}) = 0, \quad (\bar{t} > 0). \quad (7)$$

$$\int_{\alpha}^1 \bar{r} \bar{v}(\bar{r}, \bar{t}) d\bar{r} = \frac{\alpha_*^2}{2} \bar{v}_p(\bar{t}), \quad (8)$$

где $\alpha_*^2 = \alpha_1^2 - \alpha^2$, $\alpha = \frac{r_2}{R}$, $\alpha_1 = \frac{r_1}{R}$, $\text{Re} = \frac{\rho R U_x}{\mu}$, $\bar{q}(\bar{t}) = \frac{R}{\rho U_x^2 L} q(t)$, $\bar{p}(\bar{t}) = \frac{R}{\rho U_x^2} p(t)$.

Для удобства записей в дальнейшем знак “-” над безразмерными величинами будет опущен, т. е. (6)–(8) перепишем в виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + q(t), \quad (\alpha < r < 1), \quad (9)$$

$$v(r, 0) = 0, \quad (\alpha \leq r \leq 1); \quad v(\alpha, t) = v_p(t), \quad v(1, t) = 0. \quad (10)$$

$$\int_{\alpha}^1 r v(r, t) dr = \frac{\alpha_*^2}{2} v_p(t). \quad (11)$$

Уравнение (9) умножим на r и проинтегрируем на промежутке $[\alpha, 1]$:

$$\int_{\alpha}^1 \frac{\partial v}{\partial t} r dr = \frac{1}{\text{Re}} \int_{\alpha}^1 \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) dr + q(t) \int_{\alpha}^1 r dr, \quad \frac{d}{dt} \int_{\alpha}^1 r v dr = \frac{1}{\text{Re}} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \Big|_{\alpha}^1 + \frac{1-\alpha^2}{2} q(t).$$

С учетом равенства (11) имеем

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_*^2}{2} \dot{v}_p(t) &= \frac{1}{\text{Re}} [\dot{v}_r(1, t) - \alpha \dot{v}_r(\alpha, t)] + \frac{1-\alpha^2}{2} q(t), \\ q(t) &= \frac{\alpha_*^2}{1-\alpha^2} \dot{v}_p(t) - \frac{2}{1-\alpha^2} \frac{1}{\text{Re}} [\dot{v}_r(1, t) - \alpha \dot{v}_r(\alpha, t)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (9), получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \frac{2}{1-\alpha^2} [\dot{v}_r(1, t) - \alpha \dot{v}_r(\alpha, t)] + \frac{\alpha_*^2}{1-\alpha^2} \dot{v}_p(t). \quad (13)$$

Положив $v(r, t) = z(r)U(t)$, для однородного уравнения с однородными граничными

условиями, соответствующего уравнению (13), имеем соотношение

$$\frac{\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dz}{dr} \right) - \frac{2}{1-\alpha^2} [z'(1) - \alpha z'(\alpha)]}{z(r)} = \frac{\operatorname{Re} \cdot U'(t)}{U(t)} = -\beta^2.$$

Отсюда можно получить следующую задачу Штурма–Лиувилля для уравнения Бесселя:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dz}{dr} \right) + \beta^2 z = \frac{2}{1-\alpha^2} [z'(1) - \alpha z'(\alpha)], \quad z(\alpha) = 0, \quad z(1) = 0. \quad (14)$$

$\beta = 0$ является собственным значением задачи (14). Соответствующую собственную функцию $z_0(r)$ с учетом равенства (11) можно найти в виде

$$z_0(r) = A_\alpha \left[1 - r^2 + (1 - \alpha^2) \frac{\ln r}{\ln \alpha} \right], \quad (15)$$

где $A_\alpha = \frac{(2\alpha_*^2 + \alpha^2 - 1) \ln \alpha}{(1 - \alpha^2) [1 - \alpha^2 + (1 + \alpha^2) \ln \alpha]}.$

Решение уравнений (12), (13) ищем в виде

$$v(r, t) = v_0(r, t) + v_1(r, t), \quad (16)$$

$$q(t) = q_0(t) + q_1(t), \quad (17)$$

где $v_0(r, t) = z_0(r) v_p(t)$ – решение однородного уравнения, соответствующего уравнению (13) с нулевыми начальными и граничными условиями; $q_0(t)$ определяется подстановкой $v_0(r, t)$ в (12):

$$q_0(t) = \frac{\alpha_*^2}{1 - \alpha^2} \dot{v}_p(t) + \frac{4A_\alpha}{\operatorname{Re}} v_p(t), \quad (18)$$

где $v_1(r, t)$, $q_1(t)$ – решение системы уравнений

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_1}{\partial r} \right) + q_1(t), \quad (\alpha < r < 1), \quad (19)$$

$$\int_\alpha^1 r v_1(r, t) dr = \frac{1 - \alpha^2}{4} v_p(t), \quad (20)$$

с начальными и граничными условиями

$$v_1(r, 0) = 0, \quad (\alpha \leq r \leq 1); \quad v_1(\alpha, t) = v_p(t), \quad v_1(1, t) = 0. \quad (21)$$

Равенство (20) следует из (11) с учетом (16).

Для решения уравнения (19) с условиями (20), (21) используем интегральное преобразование Лапласа [11]:

$$\tilde{v}_1(r, s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} v_1(r, t) dt, \quad \tilde{v}_p(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} v_p(t) dt, \quad \tilde{q}_1(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} q_1(t) dt.$$

В изображении по Лапласу получим дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\tilde{v}_1}{dr} \right) - s \tilde{v}_1(r, s) = -\tilde{q}_1(s), \quad (\alpha < r < 1) \quad (22)$$

с граничными условиями

$$\tilde{v}_1(0, s) = \tilde{v}_p(s), \quad \tilde{v}_1(1, s) = 0. \quad (23)$$

Равенство (20) в изображении имеет вид

$$\int_\alpha^1 r \tilde{v}_1(r, s) dr = \frac{1 - \alpha^2}{4} \tilde{v}_p(s). \quad (24)$$

Общее решение уравнения (22) можно получить в виде

$$\tilde{v}_1(r, s) = C_1 J_0(ikr) + C_2 Y(ikr) + \frac{\tilde{q}_1(s)}{s},$$

где $k = \sqrt{Re \cdot s}$. Определяя постоянные C_1, C_2 с помощью граничных условий (23), найдем

$$\begin{aligned} \tilde{v}_1(r, s) = \frac{1}{D_\alpha(ik)} \cdot \left\{ \frac{\tilde{q}_1(s)}{s} [D_\alpha(ik) + d_2(ik)J_0(ikr) - d_1(ik)Y_0(ikr)] + \right. \\ \left. + \tilde{v}_p(s) \cdot [Y_0(ik)J_0(ikr) - J_0(ikr)Y_0(ikr)] \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $d_1(x) = J_0(\alpha x) - J_0(x)$; $d_2(x) = Y_0(\alpha x) - Y_0(x)$; $D_\alpha(x) = J_0(\alpha x)Y_0(x) - J_0(x)Y_0(\alpha x)$.

Отметим, что формула (25) имеет место для $k \neq 0$.

Подставляя (25) в (24), получим следующее выражение для изображения безразмерного градиента давления:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1(s) = s\tilde{v}_p(s) \cdot \left[\frac{1-\alpha^2}{4} ikD_\alpha(ik) + d_3(ik)Y_0(ik) - d_4(ik)J_0(ik) \right] : \\ : \left[\frac{1-\alpha^2}{2} ikD_\alpha(ik) - d_2(ik)d_3(ik) + d_1(ik)d_4(ik) \right], \end{aligned}$$

или

$$\tilde{q}_1(s) = s\tilde{v}_p(s) \cdot \tilde{f}(s), \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{f}(s) = \frac{\varphi(ik)}{\psi(ik)}; \quad d_3(x) = \alpha J_1(\alpha x) - J_1(x); \quad d_4(x) = \alpha Y_1(\alpha x) - Y_1(x); \\ \varphi(x) = \frac{1-\alpha^2}{4} xD_\alpha(x) + Y_0(x)d_3(x) - J_0(x)d_4(x); \\ \psi(x) = \frac{1-\alpha^2}{2} xD_\alpha(x) - d_2(x)d_3(x) + d_1(x)d_4(x). \end{aligned}$$

Для того, чтобы перейти к оригиналу, в (26) сначала найдем оригинал $f(t)$ изображения $\tilde{f}(s)$.

Функция $y = \psi(\beta)$ имеет бесчисленное множество нулей – простые положительные корни β_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) уравнения $\psi(\beta) = 0$, т.е. уравнения

$$\frac{1-\alpha^2}{2} \beta D_\alpha(\beta) - d_2(\beta)d_3(\beta) + d_1(\beta)d_4(\beta) = 0. \quad (27)$$

Отсюда $\psi(ik) = \psi(\beta_n) = 0$, $\beta_n = ik = i\sqrt{Re s}$, $\sqrt{s} = \beta_n/(i\sqrt{Re})$, $s = -\beta_n^2/Re$.

Так как β_n являются простыми полюсами функции комплексного переменного $\tilde{f}(s)$, оригинал $f(t)$, соответствующий $\tilde{f}(s)$, можно найти следующим образом:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(ik)e^{st}}{\psi'(ik)(ik)_s} \Big|_{s=-\beta_n^2/Re} = -\frac{2}{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \varphi_n e^{-\frac{\beta_n^2}{Re}t}}{\psi_{1n}},$$

где $\psi_{1n} = (1-\alpha^2)D_{\alpha k}(\beta_n) + \frac{1-\alpha^2}{2} \beta_n [\alpha d_7(\beta_n) + d_8(\beta_n)] + d_1(\beta_n)d_6(\beta_n) - d_2(\beta_n)d_5(\beta_n)$,

$$\varphi_n = \varphi(\beta_n), \quad d_5(x) = \alpha^2 J_0(\alpha x) - J_0(x); \quad d_6(x) = \alpha^2 Y_0(\alpha x) - Y_0(x);$$

$$d_7(x) = J_0(x)Y_1(\alpha x) - J_1(\alpha x)Y_0(x); \quad d_8(x) = J_1(x)Y_0(\alpha x) - J_0(\alpha x)Y_1(x).$$

Оригинал $q_1(t)$, соответствующий изображению $\tilde{q}_1(s)$, найдем из (26). Так как изображению $s\tilde{v}_p(s)$ соответствует оригинал $v'_p(t)$, а изображению $\tilde{f}(s)$ – оригинал $f(t)$, по теореме о композиции операционного исчисления изображению $s\tilde{v}_p(s) \cdot \tilde{f}(s)$ соответствует оригинал

$$\int_0^t f(t-\xi) v_p'(\xi) d\xi.$$

Поэтому

$$q_1(t) = -\frac{2}{\text{Re}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \varphi_n}{\psi_{1n}} \int_0^t v_p'(\xi) \cdot e^{-\frac{\beta_n^2}{\text{Re}}(t-\xi)} d\xi. \quad (28)$$

Подставляя (17) и (28) в (16), получим следующую формулу для безразмерного градиента давления:

$$q(t) = \frac{\alpha_*^2}{1-\alpha^2} v_p'(t) + \frac{4A_\alpha}{\text{Re}} v_p(t) - \frac{2}{\text{Re}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \varphi_n}{\psi_{1n}} \cdot \int_0^t v_p'(\xi) \cdot e^{-\frac{\beta_n^2}{\text{Re}}(t-\xi)} d\xi. \quad (29)$$

Необходимо учитывать, что в (29) все величины безразмерные, т.е.

$$\bar{q}(\bar{t}) = \frac{\alpha_*^2}{1-\alpha^2} \bar{v}_p'(\bar{t}) + \frac{4A_\alpha}{\text{Re}} \bar{v}_p(\bar{t}) - \frac{2}{\text{Re}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \varphi_n}{\psi_{1n}} \cdot \int_0^{\bar{t}} \bar{v}_p'(\xi) \cdot e^{-\frac{\beta_n^2}{\text{Re}}(\bar{t}-\xi)} d\xi. \quad (30)$$

Используя (30), перепад давления $\Delta p(t)$ можно найти по формуле

$$\Delta p(t) = \frac{\mu U_x L}{R^2} \bar{q}(\bar{t}). \quad (31)$$

Согласно (1), полное давление на плунжер определяется по формуле

$$p(t) = \frac{\mu U_x L}{R^2} \bar{q}(\bar{t}) + (L-h)\rho g + p_0. \quad (32)$$

Результаты и обсуждение. Основным результатом работы является формула (32). Далее в расчетах примем, что $U_x = v_0$.

Из (30)–(32) следует, что давление на плунжер зависит не только от его скорости, но и от ускорения. Если в начальный момент скорость плунжера изменится скачкообразно: $v_p(t) = v_0 \eta(t)$, то в соответствии с (29) давление на него приобретает импульсный характер: $v_p'(t) = v_0 \delta(t)$, где $\eta(t)$ – единичная функция Хевисайда; $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

Для сравнения значений полного давления на плунжер, рассчитанных по формуле (32), с решением задачи, где кольцевая область между подъемной трубой и штангами рассмотрена как плоская труба, используем следующую формулу, полученную в [8]:

$$p(t) = \bar{q}(\bar{t}) L \mu v_0 / l^2 + (L-h)\rho g + p_0, \quad (33)$$

где $l = R - r_2$, $\bar{t} = t\mu/(\rho l^2)$, $\bar{v} = v/v_0$, $\bar{v}_p = v_p/v_0$, $q(t) = \frac{\Delta p}{L} = \bar{q}(\bar{t}) \mu v_0 / l^2$,

$$\bar{q}(\bar{t}) = \frac{4}{1+2\bar{r}_2^2} \left\{ f_0 \bar{v}_p(\bar{t}) + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\bar{t}} \bar{v}_p'(\xi) \left(e^{-a_k^2(\bar{t}-\xi)} + \frac{\varphi_k w_k}{\psi_k} e^{-w_k^2(\bar{t}-\xi)} \right) d\xi \right\},$$

$$f_0 = 3(\bar{r}_1^2 - \alpha^2 - \alpha), \quad \alpha = r_2/l, \quad \bar{r}_1 = r_1/l, \quad a_k = 2k\pi; \quad w_k = 2z_k, \quad (k=1, 2, \dots);$$

z_k – положительные корни уравнения $\text{tg} z = z$; $\psi_k = w_k \cos w_k - \sin w_k$;

$$\phi_k = 1 - \frac{\sin w_k}{w_k} + \alpha(1 - \cos w_k) - \frac{\bar{r}_1^2 - \alpha^2}{2} w_k \sin w_k.$$

В дальнейшем для простоты формулу (32) назовем решением задачи для круглой трубы, а (33) – решением для плоской трубы.

С помощью формул (32), (33) проведены численные эксперименты по расчету полного давления жидкости(нефти) на плунжер при его подъеме вверх при следующих значениях исходных данных: $L = 1000$ м, $h = 100$ м, $U_x = v_0 = 0.60$ м/с, $p_0 = 10^5$ Па, $T = 20$ с, $\alpha = r_2/R: 0.20, 0.25, 1/3, 0.40$, $r_1 = 0.02988$ м, $R = 0.030$ м, $r_2 = \alpha R$.

Графики зависимости полного давления от времени на плунжер при его подъеме, построенные на основе расчетов по формулам (32) и (33), показаны на рис. 3 – 4. Расчеты

проведены для легкой нефти при $\mu = 0.040$ Па·с, $\rho = 700$ кг/м³ и тяжелой нефти при $\mu = 0.100$ Па·с, $\rho = 900$ кг/м³. Графики показывают, что значения полного давления на плунжер, вычисленные по формуле решения для плоской трубы в начале процесса подъема, в основном, заниженные, а в конце могут быть как больше, так и меньше.

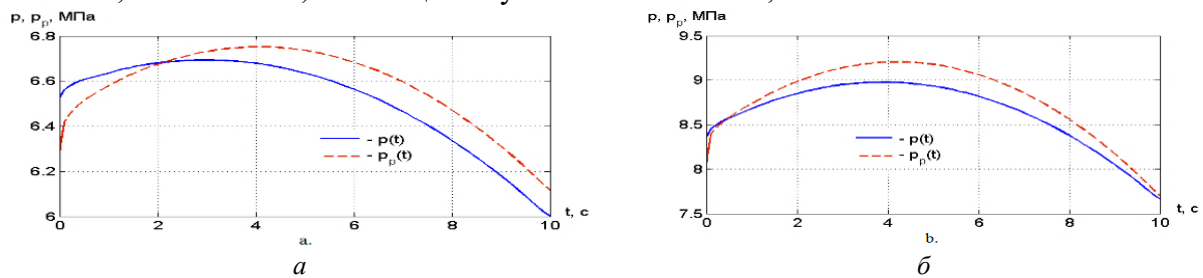


Рис. 3. Графики зависимости полного давления от времени, построенные по формулам для кольцевой $p(t)$ и плоской области $p_p(t)$ при $\alpha = 0.20$: а – $\mu = 0.040$ Па·с, $\rho = 700$ кг/м³; б – $\mu = 0.100$ Па·с, $\rho = 900$ кг/м³

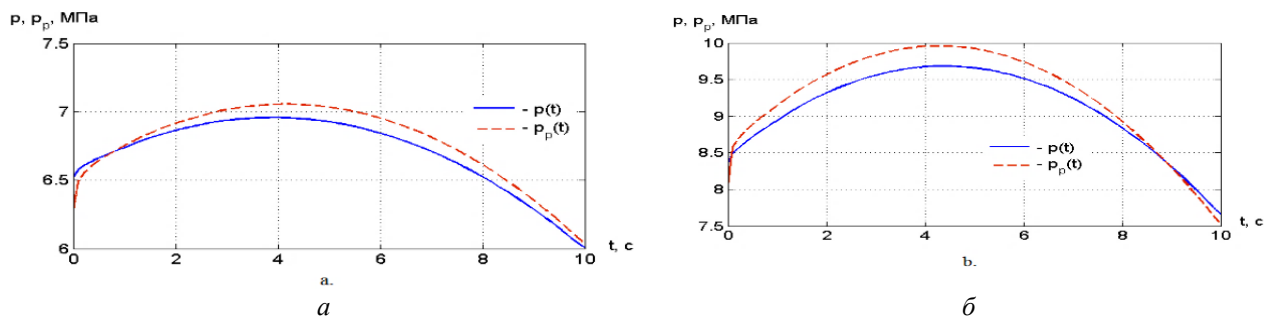


Рис. 4. Графики зависимости полного давления от времени, построенные по формулам для кольцевой области $p(t)$ и плоской области $p_p(t)$ при $\alpha = 0.40$. а – $\mu = 0.040$ Па·с, $\rho = 700$ кг/м³; б – $\mu = 0.100$ Па·с, $\rho = 900$ кг/м³

При относительно малых значениях параметра $\alpha = r_2 / R$ значения давления на плунжер, рассчитанные по формулам для круглой и плоской труб, существенно отличаются, особенно при малых значениях радиуса штанг. Для тяжелой нефти при относительно больших значениях параметра α показатели давления, вычисленные по обеим формулам, мало отличаются.

В табл. 1 и 2 приведены значения зависимости от времени полного давления на плунжер при его подъеме, вычисленные по приближенной (p_n , МПа) и точной (p_k , МПа) формулам для легкой (см. табл. 1) и тяжелой нефти (табл. 2).

Таблица 1

Значения зависимости полного давления от времени на плунжер при его подъеме, вычисленные по точной (32) (p , МПа) и приближенной (34) (p_n , МПа) формулам при $\mu = 0.040$ Па·с, $\rho = 700$ кг/м³

t, c	$\alpha = 0.20$		$\alpha = 0.25$		$\alpha = 1/3$		$\alpha = 0.40$	
	p	p_p	p	p_p	p	p_p	p	p_p
0.	6.5239	6.2803	6.5238	6.2803	6.5237	6.2803	6.5236	6.2803
1.	6.6361	6.5787	6.6540	6.6093	6.6937	6.6765	6.7384	6.7516
2.	6.6795	6.6745	6.7122	6.7170	6.7837	6.8105	6.8634	6.9148
3.	6.6938	6.7314	6.7373	6.7815	6.8316	6.8918	6.9363	7.0149
4.	6.6791	6.7515	6.7291	6.8052	6.8372	6.9229	6.9570	7.0543
5.	6.6356	6.7354	6.6879	6.7882	6.8008	6.9041	6.9256	7.0334
6.	6.5637	6.6831	6.6142	6.7309	6.7228	6.8358	6.8427	6.9528
7.	6.4641	6.5951	6.5085	6.6336	6.6038	6.7183	6.7088	6.8127
8.	6.3366	6.4710	6.3707	6.4962	6.4437	6.5514	6.5238	6.6130
9.	6.1809	6.3108	6.2006	6.3184	6.2421	6.3349	6.2872	6.3533
10.	6.0016	6.1166	6.0026	6.1025	6.0038	6.0716	6.0040	6.0370

Как показывают табл. 1 и 2, с ростом параметра α разность давлений, рассчитанных по формулам (32) и (33), уменьшается.

Таблица 2

Значения зависимости полного давления от времени на плунжер при его подъеме, вычисленные по точной (32) (p , МПа) и приближенной (34) (p_p , МПа) формулам при $\mu = 0.100$ Па·с, $\rho = 900$ кг/м³

t , с	$\alpha = 0.20$		$\alpha = 0.25$		$\alpha = 1/3$		$\alpha = 0.40$	
	p	p_p	p	p_p	p	p_p	p	p_p
0.	8.3593	8.0461	8.3592	8.0461	8.3591	8.0461	8.3589	8.0461
1.	8.6794	8.7369	8.7262	8.8092	8.8283	8.9682	8.9423	9.1456
2.	8.8504	8.9841	8.9339	9.0871	9.1152	9.3136	9.3163	9.5662
3.	8.9498	9.1399	9.0596	9.2631	9.2973	9.5337	9.5604	9.8355
4.	8.9773	9.2044	9.1030	9.3372	9.3743	9.6286	9.6746	9.9538
5.	8.9332	9.1781	9.0642	9.3098	9.3468	9.5989	9.6591	9.9214
6.	8.8184	9.0615	8.9442	9.1817	9.2154	9.4454	9.5148	9.7396
7.	8.6333	8.8553	8.7436	8.9534	8.9807	9.1688	9.2423	9.4090
8.	8.3781	8.5592	8.4623	8.6249	8.6427	8.7688	8.8415	8.9294
9.	8.0521	8.1727	8.0996	8.1954	8.2008	8.2448	8.3117	8.3000
10.	7.6619	7.7012	7.6623	7.6709	7.6617	7.6038	7.6597	7.5290

Среднее квадратичное отклонение для легкой нефти, вычисленное по формуле

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p(t_i) - p_p(t_i))^2},$$

для $\alpha = 0.20, 0.25, 0.33, 0.40$ соответственно равно (МПа): 0.1037, 0.0983, 0.0900, 0.0857. Как видно, с ростом α оно уменьшается. Расчеты показывают, что это наблюдается и для тяжелой жидкости.

Вывод. Если в начальный момент скорость плунжера изменится скачкообразно, то давление на него может приобретать импульсный характер. При относительно малых значениях параметра $\alpha = r_2 / R$ значения давления на плунжер, рассчитанные по формулам для круглой и плоской трубы, существенно отличаются, особенно при малых значениях радиуса штанг.

Значения полного давления на плунжер, вычисленные по формуле решения для плоской трубы в начале процесса подъема, в основном, занижены, а в конце могут быть как больше, так и меньше. Абсолютное значение разности полного давления жидкости на плунжер, рассчитанные по формулам для круглой и плоской труб для легкой нефти больше, чем для тяжелой нефти. Для тяжелой нефти при относительно больших α значения давления, вычисленные по обеим формулам, мало отличаются.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Муравьев В.М. Эксплуатация нефтяных и газовых скважин. М.: Недра, 1978. – 448 с.
- [2] Абдулин Ф.С. Добыча нефти и газа. М.: Недра, 1983. – 256 с.
- [3] Мирзадажанзаде А.Х., Огилалов Н.М. Нестационарные движения вязкопластичных сред. М.: Изд-во МГУ, 1970. – 416 с.
- [4] Сатторов Р.М. Неустойчивые движения реологически сложных жидкостей в трубах. Баку: Элм, 1999. – 412 с.
- [5] Хужаёров Б., Маматкулов М. Определение гидравлических характеристик системы «бурильная труба – кольцевое пространство» // VI Всесоюзный семинар по гидравлике промысловых жидкостей и тампонажных растворов. Тезисы докладов. М., 1978. С. 28.
- [6] Хужаёров Б.Х. Реологические свойства смесей. Самарканд: Согдиана, 2000. – 216 с.
- [7] Мирзадажанзаде А.Х., Хасиев А.М. и др. Теория и практика применения глубинных насосов с гидравлическим затвором. М.: Недра, 1968. – 158 с.
- [8] Акилов Ж.А., Гайбулов Ю.Ш., Джаббаров М.С. Моделирование давления на плунжер при эксплуатации нефтяных скважин с глубинными насосами // Инновационные идеи, разработки в практику: проблемы и решения. Материалы Международной научно-практической конференции. Андижан, 27–28 мая 2020 г. С. 139–143.
- [9] Akilov, J., Dzhabbarov, M. S., & Gaybulov, Y. S. Stress modelling on the plunger at operation of the holes mining n-Newton oil // ISJ Theoretical & Applied Science. Vol. 10 (90). 2020. P. 118–123.
- [10] Акилов Ж., Джаббаров М.С., Гайбулов Ю.Ш. Математическое моделирование давления на плунжер при эксплуатации скважин, добывающие вязкоупругие нефти. ISSN 2701-8369. DIZZW 2020 // German International Journal of Modern Science. № 9. Vol. 1. 2021. P. 11–15.
- [11] Плескунов М.А. Операционное исчисление. М.: Изд-во "Юрайт", 2020. – 141 с.

Дата поступления
07.02.2022

Ю. Ш. Ғайбулов. Нефть конларини чуқурликда жойлашган насослар билан ишлатишда плунжерга гидродинамик босим

Аннотация: Мақолада нефть конларини чуқурда жойлашган насослар билан ишлатиш жараёнида нефтнинг плунжерга гидродинамик босимини аниқлаш масаласи қаралган. Қувурлар ва штанглар орасидаги ҳалқасимон соҳада суюқликнинг ламинар ностационар ҳаракати тенгламасини ечиш орқали плунжернинг юқорига қараб ҳаракатланиш пайтида нефтнинг унга босимини аниқлашнинг назарий усули берилган. Олинган ечим сонли тажрибалар ёрдамида муаллиф томонидан илгари олинган, масаланинг соддашатирилган ечими билан таққосланган.

Калим сўзлар: қовушоқ суюқлик; ҳалқасимон бўшлиқ; текис қувур; Лаплас алмаштириши; оригинал; тасвир.

Y. Sh. Gaybulov. Hydrodynamic pressure on the plunger during operation of oil wells with deep pumps

Abstract: The article deals with the problem of determining the hydrodynamic pressure of oil on the plunger during the operation of oil wells by deep pumps. By solving the equation of unsteady laminar fluid motion in the annular gap between the tubing and rods, a theoretical method is proposed for determining the oil pressure on the plunger during its upward stroke. With the help of numerical experiments, the obtained solution is compared with the simplified solution of the problem previously obtained by the author.

Keywords: viscous fluid; annular gap; flat pipe; Laplace transform; original; image.

УДК 675.025.16

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТЖИМА КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА НА МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКОЙ ОПОРНОЙ ПЛИТЕ

Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М.

*Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: tsoygeran@mail.ru*

Аннотация: В статье представлены результаты экспериментального исследования процесса отжима влажного капиллярно-пористого материала на примере кожевенного полуфабриката после хромового дубления. Показано, что в исследовании образцы мокрого кожевенного полуфабриката на металлокерамической опорной плите с помощью транспортерных цепей втягивались между вращающимися отжимными валами. На основе анализа результатов эксперимента показано, что можно повысить производительность процесса отжима влаги из кожевенного полуфабриката за счет увеличения скорости отжима путем использования металлокерамической пористой опорной плиты. Установлено, что при этом достигнут запас удаленной влаги, который дает возможность увеличения скорости втягивания. В исследовании использован метод D-оптимального планирования второго порядка с применением матрицы плана К.Кано. Получена математическая зависимость изменения количества удаленной влаги из кожевенного полуфабриката от скорости их пропуска и давления отжимных валов.

Ключевые слова: эксперимент; валковая отжимная машина; мокрый кожевенный полуфабрикат; металлокерамическая опорная плита; избыточная влага; планирование эксперимента.

Введение. С целью совершенствования конструкции вертикальной валковой отжимной машины нами предложена новая конструкция металлокерамической опорной плиты, за счет которой повышается эффективность валковой отжимной машины для механической обработки кожевенного полуфабриката.

Широкое применение валковых отжимных машин, а также современные требования к ним способствовали развитию исследований по совершенствованию валковых технологических машин, а также технологии обработки кожевенно-меховых полуфабрикатов.

Авторами работы [1] на основании Международного Стандарта ISO исследованы физические и химические свойства десяти различных образцов кожи для верха обуви, такие как предел прочности на разрыв, процент удлинения, сопротивление трещинам, истиранию, проницаемость для водяного пара, выносливость при изгибе, стойкость к поту, к истиранию цвета, прочность сцепления, влажность. Выявлено, что для поддержания всех этих свойств требуется обеспечение достаточного количества оксида хрома и содержание жирующих веществ в процессе обработки кож.

Работа [2] посвящена изучению физических свойств кож после альдегидного и хромированного дубления. Замечено, что свойства экспериментального образца кожи вполне сопоставимы с характеристиками кожи хромового дубления и могут соответствовать требованиям к коже для верха обуви. Выявлено, что использование альдегидного дубления может минимизировать содержание хрома в процессе дубления, в производстве кожи для верха обуви, и снизит выброс токсичных отходов и их воздействие на окружающую среду.

В диссертации В.Д. Раднаева [3] исследовала влияние внутренних напряжений на свойства дермы при сушке кожевенного полуфабриката. Исследованы изменения предельных показателей на операциях разводки и тяжки кожевенного и мехового полуфабриката. Установлено, что при разводке происходит уменьшение прочности кожевенной ткани, а также тяжка кожи дает увеличение площади, что необходимо учитывать при назначении параметров проведения данных технологических операций.

Исследованию свойств и методов обработки кожевенного сырья и готовой кожи посвящена монография [4]. В учебном пособии [5] исследованы дефекты, полученные после отжима кожевенного полуфабриката, а также описаны методы по предотвращению технологических дефектов. Отмечена важность обеспечения требуемого давления отжимных валов и скорости подачи кожевенного полуфабриката при его отжиме. В диссертации [6] для повышения качества обработки материалов с учетом их свойств разработаны модели валковых кожевенно-меховых машин, которые позволяют определить усилия между рабочими и вспомогательными валами. В диссертации [7] исследованы динамические характеристики волососгонно-чистильных, мездрильных машин и разработана математическая модель для научно обоснованного совершенствования валковых машин в целях повышения качества обработки кожевенных полуфабрикатов. Авторы [8] проанализировали состояние кожевенного производства и изучили перспективы развития отрасли, обрабатывающей кожу. Описаны способы наибольшей достоверной оценки показателей качества обрабатываемого кожевенного полуфабриката за счет снижения нагрузки рабочих органов валковых машин. В работе [9] исследованы эксплуатационные свойства технологических машин для отделки кожевенного полуфабриката.

Таким образом, в результате анализа исследований и литературных источников определены основные направления совершенствования процессов жидкостной и механической обработки кожевенного полуфабриката, а также развития основных устройств и механизмов валковых технологических машин.

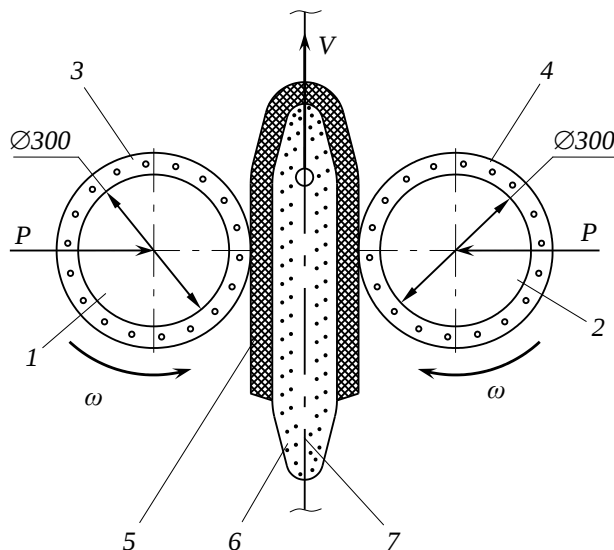


Рис. 1. Схема втягивания влажного кожевенного полуфабриката между отжимными валами:
1, 2 – отжимные валы; 3, 4 – влагоотводящие покрытия (БМ); 5 – кожевенный полуфабрикат;
6 – металлокерамическая опорная плита; 7 – транспортерная цепь

Методика исследования. Эксперимент проводился на валковом стенде (рис. 1, 2), где отжимные валы установлены горизонтально рядом друг с другом, а опорная плита изготовлена из металлокерамики марки ПП64С-250-25-76-40 толщиной 0.005 м, шириной 0.1 м и длиной 0.3 м (рис. 3) [10–14].

В исследовании применили метод D-оптимального планирования второго порядка с использованием матрицы плана К. Кано [15, 16].

Выбран диаметр отжимных валов 0.3 м с покрытием толщиной 0.008 м из войлочного сукна марки БМ (см. рис. 2) . Перед проведением эксперимента методами математической статистики было выбрано необходимое количество измерений (число повторений), которое обеспечивало требуемую точность.

Рабочую матрицу составили по матрице плана К. Кано для двухфакторного эксперимента.



Рис. 2. Валковый стэнд с металлокерамической опорной плитой



Рис. 3. Мокрый кожевенный полуфабрикат (образец), повешенный вперегиб на металлокерамическую опорную плиту

Однородность дисперсии оценена с помощью критерия Кохрена [15, 16] при доверительной вероятности $\alpha=0.95$. Зная общее число оценок дисперсии N и число степеней свободы $f=n-1$, вычисляем из [15, 16] и находим $G_T=0.358$ при $N=9$; $f=n-1=5-1=4$, где n – число параллельных опытов;

$$G_p = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2} = \frac{17.29}{101.81} = 0.1698 < G_T = 0.358. \quad (1)$$

Следовательно, результаты исследования воспроизводимы (табл. 1).

Таблица 1

Уровни и интервалы варьирования фактора эксперимента

Показатель	Кодированное значение факторов	Натуральные значения факторов	
		x_1 , кН/м	x_2 , м/с
Верхний уровень	+	96	0.340
Нулевой уровень	0	64	0.255
Нижний уровень	–	32	0.170
Интервал варьирования		32	0.085

После реализации рабочей матрицы получены средние арифметические значения (табл. 2, 3).

Таблица 2

Матрица планирования эксперимента

№	P , x_1	V , x_2	Результаты измерений, %					
			y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$\bar{y}$
1.	0	0	25.8	20.6	26.5	20.3	20.8	22.8
2.	+	+	23.0	21.0	28.6	25.0	29.2	23.4
3.	–	+	13.6	19.1	19.0	16.6	14.8	16.5
4.	–	–	22.5	23.1	17.5	18.2	19.2	20.1
5.	+	–	31.0	35.8	29.1	29.0	27.0	30.4
6.	+	0	23.2	25.4	25.9	28.6	29.4	26.5
7.	0	+	25.3	21.6	21.5	22.1	18.8	21.7
8.	–	0	21.3	22.7	16.5	19.3	14.7	18.9
9.	0	–	28.8	22.1	27.7	19.9	21.2	23.9

Определяем коэффициенты регрессии b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} из [16, 17]. Для кожевенного полуфабриката в кодированном виде $b_0=22.8423$; $b_{11}=-0.1722$; $b_{22}=-0.0722$; $b_1=4.1921$; $b_2=-2.2961$; $b_{12}=-0.85$.

Получим следующее уравнение регрессии в кодированном виде:
для кожевенного полуфабриката

$$y = 22.8423 - 0.1722x_1^2 - 0.0722x_2^2 + 4.1921x_1 - 2.2961x_2 - 0.85x_1x_2. \quad (2)$$

Подставляя в (2) $x_1=(P-64)/32$, где P –усилие прижима отжимных валов, и $x_2=(V-0.255)/0.085$, где V – скорость пропуска мокрого кожевенного полуфабриката между вращающимися отжимными валами, получим в натуральном виде уравнение количества удаленной влаги из мокрого кожевенного полуфабриката между вращающимися отжимными валами.

Таблица 3

Матрица планирования эксперимента

№	$\sum_1^n (y - \bar{y})^2$	$S_{ош}^2$	y_p	$\bar{y} - y_p$	$(\bar{y} - y_p)^2$
1.	37.78	9.445	22.84	0.04	0.0016
2.	69.16	17.29	23.64	0.24	0.0576
3.	31.17	7.80	16.96	0.46	0.2116
4.	20.94	5.235	19.85	0.25	0.0625
5.	33.17	8.2925	29.94	0.46	0.2116
6.	25.28	6.32	26.86	0.36	0.1296
7.	21.68	5.42	19.62	2.1	4.4100
8.	43.76	10.94	18.48	0.81	0.6561
9.	64.98	16.245	25.07	1.23	1.5129
	$\Sigma 407.26$	$\Sigma 101.815$			$\Sigma 7.2535$

Гипотезу об адекватности полученных уравнений проверили с помощью критерия Фишера при доверительной вероятности $\alpha=0.95$ [16, 17].

Из табл. 1, 2 и 3 определим $S_{a\partial}^2$ и $S^2\{y\}$. Для кожевенного полуфабриката

$$S_{a\partial}^2 = \frac{\sum_1^N n \cdot (\bar{y} - y_p)^2}{N - \frac{(k+2)(k+1)}{2}} = \frac{5 \cdot 7.2935}{3} = 12.0891, \quad (3)$$

где N – общее число опытов; k – число факторов; n – число повторений в опыте; y_i – результат отдельного наблюдения; $\bar{y}$ – средние арифметические значения результата опыта; y_p – расчетные значения критерия по уравнению регрессии.

Дисперсию воспроизводимости определили по следующей формуле:

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_i - \bar{y})^2}{N(n-1)} = \frac{407.815}{36} = 11.3281. \quad (4)$$

Критерий Фишера об адекватности модели

$$F_p = \frac{S_{a\partial}^2}{S^2\{y\}} = \frac{12.0891}{11.3281} = 1.0671 < F_T = 2.880.$$

где $S_{a\partial}^2$ – остаточная дисперсия, или дисперсия адекватности; $S^2\{y\}$ – дисперсия воспроизводимости.

Результаты. Уравнение регрессии можно считать пригодным с 95 %-ной вероятностью, которое в именованном виде после раскодировки имеет вид:
для кожевенного полуфабриката

$$\Delta W = 14.9072 - 0.0001P^2 - 9.9929V^2 + 0.2106P - 1.9166V + 0.3125PV \quad (5)$$

Провели проверку значимости коэффициентов уравнения регрессии (2) по методу Стьюдента.

Значение дисперсии ошибок определили по следующему уравнению:

$$S_{(bi)}^2 = \frac{S_{(\bar{y})}^2}{\sum_1^N x_i^2 N}, \quad (6)$$

где $\sum_1^N x_i^2$ – сумма квадратов в столбце матрицы планирования, изменяющаяся при перемене вида коэффициентов; $S_{(\bar{y})}^2$ – ошибка среднего по параллельным наблюдениям.

Величина ошибки среднего по параллельным наблюдениям определена из следующего уравнения:

$$S_{(\bar{y})}^2 = \frac{S_{(y)}^2}{n} = \frac{11.3281}{5} = 2.2556. \quad S_{(\bar{y})} = 1.5019. \quad (7)$$

$$\Delta b_i = \pm t \cdot S_{(bi)}, \quad (8)$$

где t – коэффициент Стьюдента при $n=5$ и $\alpha=0.95$; $t=2.78$. Коэффициент t определили из (Приложения 1) по [16]:

$$S_{(b0)} = \pm 0.4085; \quad S_{(b1)} = \pm 0.5004;$$

$$S_{(b2)} = \pm 0.5004; \quad S_{(b11)} = \pm 0.6128;$$

$$S_{(b22)} = \pm 0.6128; \quad S_{(b12)} = \pm 0.8666.$$

Определяем отклонения коэффициентов:

$$\Delta b_0 = \pm 1.135; \quad \Delta b_1 = \pm 1.1359;$$

$$\Delta b_2 = \pm 1.1359; \quad \Delta b_{11} = \pm 1.7036;$$

$$\Delta b_{22} = \pm 1.7036; \quad \Delta b_{12} = \pm 2.4092.$$

Определяем интервалы коэффициентов уравнения регрессии:

$$b_0 = 22.8923 \pm 1.135; \quad b_1 = 4.1921 \pm 1.1359;$$

$$b_2 = -2.2961 \pm 1.1359; \quad b_{11} = -0.1720 \pm 1.7036;$$

$$b_{22} = -0.072 \pm 1.7036; \quad b_{12} = -0.85 \pm 2.4092.$$

Коэффициенты b_{11} , b_{22} , b_{12} не значимы. Следовательно, уравнение регрессии (2) принимает следующий вид:

$$y = 22.8423 + 4.1921x_1 - 2.2961x_2. \quad (9)$$

Таким образом, подставляя в (2) $x_1 = (P-64)/32$, где P – усилие прижима отжимных валов и $x_2 = (V-0.255)/0.085$, получаем следующее уравнение регрессии в именованном виде:

$$\Delta W = 21.3464 + 0.1310P - 13.5065V. \quad (10)$$

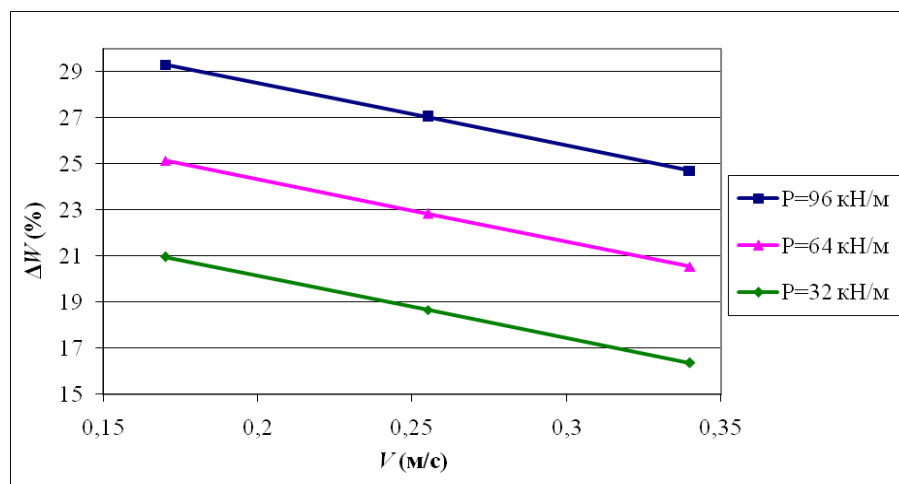


Рис. 4. Изменение количества удаленной влаги ΔW из кожевенного полуфабриката в зависимости от скорости их пропускания V и давления отжимных валов P

Анализ результатов эксперимента показывает (рис. 4), что можно повышать производительность процесса отжима влаги из кожевенного полуфабриката за счет повышения скорости отжима путем использования металлокерамической пористой опорной плиты при диаметре отжимных валов 0,3 м.

Выводы. Результаты эксперимента показали, что минимальное количество влаги, удаляемой из кожевенного полуфабриката при отжиме, составило 16,5 %, а максимальное количество – 30,4 %. После жидкостной обработки хромового дубления начальное содержание влаги в мокром кожевенном полуфабрикате в топографическом участке по 73 %, а в чепраке – 65,5 %. Следовательно, можно дополнительно удалять избыточную влагу из мокрого кожевенного полуфабриката от 3,5 до 17,4 %.

Рекомендации. Таким образом, наибольшее удаление влаги при давлении валов $P=96$ кН/м, отжимных валов и скорости пропускания $V=0,255$ м/с в среднем составляет 26,5 %, а наименьшее при скорости $V=0,34$ м/с – 23,4 % от начального содержания влаги образца кожевенного полуфабриката. При этом имеется запас удаленной влаги в 10,4 %, который дает возможность увеличения скорости втягивания.

При давлении валов $P=32$ кН/м и скорости втягивания 0,255 м/с удаление влаги составляет 18,9 %, а при скорости пропускания полуфабрикатов $V=0,34$ м/с – 16,5 % от исходного содержания влаги образцов. При этом имеется запас удаленной влаги 3,5 % для ускорения процесса отжима капиллярно-пористого материала.

Таким образом, определено, что с повышением усилия прижима отжимных валов P резко увеличивается количество удаленной влаги ΔW обрабатываемого кожевенного полуфабриката.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Hossain M.D., Azam F.A.B., Chowdhury M. Quality Assessment of Shoe Leather Based on the Properties of Strength and Comfort, Collected from Different Footwear and Leather Industries in Bangladesh. *Textile & Leather Review*, 2020. P. 30–37.
- [2] Uddin M.M., Hasan M.J., Mahmud Y., Tuj-Zohra F., Ahmed S. Evaluating Suitability of Glutaraldehyde Tanning in Conformity with Physical Properties of Conventional Chrome-Tanned Leather. *Textile & Leather Review*, 2020. P. 135–145.
- [3] Раднаева В.Д. Теоретические и практические основы интенсификации технологических процессов кожевенного производства: Дис. ... докт. техн. наук. Улан-Уде, 2017. – 391 с.
- [4] Островская А.В., Лутфуллина Г.Г., Абдуллин И.Ш. Основы технологии переработки кожи и меха. Казань: Изд-во КНИТУ, 2012. – 164 с.
- [5] Абдуллин И.Ш., Кулецов Г.Н., Тихонова В.П., Рахматуллина Г.Р. Прижизненные, посмертные и технологические пороки и дефекты кожевенно-мехового сырья и готовых полуфабрикатов. Учебное пособие. М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. Казань: Изд-во КНИТУ, 2013. – 84 с.
- [6] Островский К.Ю. Автоматизация контроля и управления качеством кож на основе анализа их релаксационных характеристик: Дис. ... канд. техн. наук. М., 2001. – 160 с.

- [7] Дарда И.В. Разработка теоретических основ совершенствования технологического оборудования кожевенно-мехового производств: Дис. ... докт. техн. наук. М., 2004. – 325 с.
- [8] Иванов В.А., Рашкин В.В. Тенденции и перспективы развития оборудования кожевенных производств // Электротехнические и информационные комплексы и системы. Уфимский государственный нефтяной технический университет» (УГНТУ). 2012 № 1. Т. 8. С. 47–52.
- [9] Ponsubbiah S., Sanjeev Gupta. Role of Machineries for Film Forming in Leather Finishing // International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science (IJTEMAS) Vol. VII. Issue IV. April 2018. P. 330–337.
- [10] Bahadirov G.A., Tsoy G.N., Nabiev A.M., Umarov A.A. Experiments on Moisture Squeezing from a Leather Semi-Finished Product // International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE). Vol. 8. Issue 5. January. 2020. P. 3367–3371.
- [11] Bahadirov G., Tsoy G., Nabiev A. Study of the efficiency of squeezing moisture-saturated products. EUREKA: Physics and Engineering, (1). 2021. P. 86–96.
- [12] Бахадиров Г.А., Набиев А.М. Классификация и анализ опорных плит валковой машины // Машиностроение и технология XXI века. Сборник трудов XXIV Международной научно-технической конференции в г. Севастополе. 11–17 сентября 2017 г. Донецк: ДонНТУ, 2017. С. 32–35.
- [13] Amanov A.T., Bahadirov G.A., Amanov T.Y., Tsoy G.N., Nabiev A.M. Determination of Strain Properties of the Leather Semi-Finished Product and Moisture-Removing Materials of Compression Rolls // Journal Materials. Vol. 12. Issue 21. November (1). 2019. Basel, Switzerland.
- [14] Бахадиров Г.А., Цой Г.Н., Набиев А.М. Отжим мокрого кожполуфабриката с использованием влагоотводящего сукна // Международный сборник научных трудов «Прогрессивные технологии и системы машиностроения». Вып. 4 (71)'. Донецк, 2020. С. 3–8.
- [15] Головтеева А.А. Лабораторный практикум по химии и технологии кожи и меха / Головтеева А.А., Куциди Д.А., Санкин Л.Б. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982. – 309 с.
- [16] Тихомиров В.А. Планирование и анализ эксперимента. М.: Легкая индустрия, 1974. – 283 с.
- [17] Constales Denis, Yablonsky Gregory S., D'hooge Dagmar R., Thybaut Joris W., Marin Guy B. Chapter 9 - Experimental Data Analysis: Data Processing and Regression. Advanced Data Analysis & Modelling in Chemical Engineering. 2017. P. 285–306. doi.org/10.1016/B978-0-444-59485-3.00009-6.

Дата поступления
21.04.2022

Г.А. Бахадиров, Г.Н. Цой, А.М. Набиев. Капилляр-говакли материални метал-керамик таянч плитада экспериментал сиқииш

Аннотация: Мақолада сувга тўйинган, хромланган кўн ярим маҳсулот мисолида, сиқииш жараёнининг экспериментал тадқиқоти натижалари келтирилган. Тадқиқотда ҳўл кўн ярим маҳсулотни транспортировчи занжирлар ёрдамида айланувчи сиқувчи валлар орасидан тортиб ўтказилган. Эксперимент натижаларининг таҳлили, говакли метал-керамик таянч плита қўллаш орқали кўн ярим маҳсулот суюқлигини сиқиб чиқариш тезлигини ошириш эвазига жараён самардорлигини ошириш мумкинлигини кўрсатди. Бунда сиқиб чиқарилган суюқлик захираси, узатиш тезлигини ошириш имконини беради. Экспериментал тадқиқотда К.Кано режаси матричасини қўллаш билан иккинчи тартибли D-оптималь режаслаштириш усулидан фойдаланилган. Ҳўл кўн ярим маҳсулотдан сиқиб чиқарилган суюқлик миқдори ўзгаришининг узатиш тезлиги ва сиқувчи валлар босимида боғлиқлигининг математик ифодаси келтириб чиқарилди.

Калим сўзлар: Тажриба, валли сиқувчи машина, ҳўл тери ярим маҳсулот, металлкерамик таянч плита, ортиқча намлик, тажрибани режаслаштириш.

G.A. Bahadirov, G.N. Tsoy, A.M. Nabiev. Experimental pressing of a capillary-porous material on a ceramic-metal base plate

Abstract. The article presents the results of an experimental study of the process of pressing a moisture-saturated capillary-porous material, using the example of a chrome-plated leather semi-finished product. In the study, samples of a wet leather semi-finished product on a sintered base plate were drawn in between rotating squeezing rollers using conveyor chains. Analysis of the results of the experiment showed that it is possible to increase the productivity of the process of extracting moisture from a semi-finished leather product by increasing the speed of extracting by using a porous metal-ceramic base plate. At the same time, a supply of removed moisture has been reached, which makes it possible to increase the retraction speed. The study used the second-order D-optimal planning method using the K.Kano design matrix. The mathematical dependence of the change in the amount of moisture removed from the leather semi-finished product on the speed of their passage and the pressure of the squeezing rolls has been obtained.

Keywords: Experiment, roller press machine, semi-finished wet leather product, ceramic-metal base plate, excess moisture, experiment planning.

СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ВО ВНЕЗАПНО РАСШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ

Маликов З.М., Мадалиев М.Э., Шоев М.А.

Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, Узбекистан
E-mail: malikov.z62@mail.ru

Аннотация. В статье численно изучено течение жидкости в двухмерном канале с внезапным расширением. Получены численные результаты для характеристик потока при различных числах Рейнольдса. Расчеты выполнены для ламинарного режима течения на основе численного решения системы нестационарных уравнений Навье-Стокса. Представлены результаты профилей продольной скорости в различных сечениях канала, а также размеры первичного и вторичного вихрей в зависимости от чисел Рейнольдса после резкого расширения канала. Для разностной аппроксимации исходных уравнений применен метод контрольного объема, а для определения связи между скоростями и давлением - процедура SIMPLE. Для численного решения этой задачи использованы различные схемы. Для подтверждения корректности численных результатов выполнено сравнение между собой и с экспериментальными данными.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса; число Рейнольдса; ламинарное течение; внезапно расширяющаяся труба.

Введение. Отрывные течения являются важной классической проблемой в фундаментальной механике жидкости, так как они вызывают такие сложные явления, как присоединение, рециркуляция и турбулентность потоков. Явление отрыва потока можно наблюдать при обтекании крыла, лопастей компрессора и турбины, во внезапно расширяющихся трубах и т.д. Данное явление удобно исследовать на примере потока в резко расширяющемся плоском канале, потому что поток в плоском канале с резким расширением относится к несложному классу отрывных течений, когда точка отрыва потока фиксирована. Тем не менее данная задача позволяет изучить физические процессы, обусловленные отрывом потока. Теоретическое исследование и расчет похожих потоков представляют значительные сложности из-за появления непростых отрывных потоков и обратных вихрей в области резкого расширения канала. Такие задачи являются достаточно сложными для численной реализации гидродинамических уравнений, поскольку структура потока сильно эллиптическая, и они отлично подходят для демонстрации надежности численной процедуры.

Ламинарный отрыв стационарных двумерных течений несжимаемой жидкости в прямых каналах впервые аналитически рассмотрен Блазиусом [1] в 1910 г. Из-за большого практического значения отрывные потоки были теоретически и экспериментально исследованы также для ламинарных [2 – 4] и для турбулентных [5 – 7] режимов движения несжимаемой и сжимаемой жидкостей. В большинстве работ в этом направлении проведены исследования потока в каналах с двусторонним симметричным резким расширением [8–14]. Исследованные экспериментальные данные для этой цели в плоском канале были получены в работах [8, 9], в которых наблюдаются образование зоны циркуляции за планкой. Ряд исследователей для изучения процесса отрыва потока в результате резкого расширения канала использовали уравнения Навье-Стокса в приближении пограничного слоя [14, 15].

Значимый и важный объем работы в исследовании потока в резко расширяющихся каналах был выполнен Армали и др. [4]. Они выполнили и провели основательный анализ поведения потока в канале с обратным выступом экспериментально и численно [16]. Ли и Смит [17] пользовались теорией потенциального течения для вывода результата этой задачи. Теория потенциального течения не смогла предугадать области отрыва и присоединения потоков.

Первоначальные численные исследования обратных ступенчатых потоков были выполнены Роучем [18], Тейлором и Ндефо [19], а также Дерстом и Перейрой [20]. Область соединения потоков численно была предсказана Аллеборном и др. [21] после внимательного изучения резкого расширения канала. Брандт и др. [22] и Хак Буш [23] пользовались многосеточным методом, а Ланге и др. [24] – методом уточнения локальных блоков для гораздо точного прогнозирования результата. Армали и др. в [16] провели детальную экспериментальную работу с расширением канала $H/h=1.94$. Ким и Моин [25] сделали расчеты с использованием метода пространства-времени второго порядка. Выявлено хорошее соответствие с экспериментальными значениями для числа Рейнольдса до 500. Вычисленные значения не соответствовали данным эксперимента для чисел Рейнольдса больше

600. Дерст и др. [26] далее наблюдали следующую зону распределения потока при двумерном численном моделировании симметричного потока с резким расширением. Кайкцис и др. [27] выяснили, что неустойчивость потока обусловлена конвективной неустойчивостью.

В данной статье ламинарный поток жидкости с резким расширением исследуется численно для канала с коэффициентом расширения $(H/h) = 2$. Численные результаты получены при числах Рейнольдса от 100 до 800. Результаты для продольной скорости и длина отрывного потока сопоставлены с известными экспериментальными данными. В статье для численной реализации уравнений гидродинамики использованы различные схемы: 1–схема QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) [28], 2–схема Мак-Кормака [29], 3–схема Уорминга – Катлера – Ломакса [30], 4 – схема Абарбанела–Готлиба–Туркела [31]. Поэтому еще одним аспектом работы является сопоставление эффективности используемых конечно-разностных схем.

Физическая и математическая постановка задачи. Рассматривается ламинарное течение в плоском двухмерном канале с внезапным расширением. Физическая и математическая картины анализируемого ламинарного течения, и конфигурация расчетной области представлены на рис. 1.

Ширина меньшего канала в левом входном сечении имеет размер $h=5$ мм, а в правом выходном сечении размер канала в два раза больше, чем во входной части канала – $H=2h$. Следовательно, высота уступа равна h . В меньшем канале задавался параболический профиль течения Пуазейля для продольной скорости U , а поперечная скорость V и давление p равны нулю. Для описания движения жидкости используются нестационарные уравнения Навье–Стокса для несжимаемой среды. При введении безразмерных величин за масштаб длины принимается ширина, большей канала H , за масштаб скорости – среднерасходная скорость U_0 на входе. x_1 – расстояние до повторного присоединения первичного вихря, который образуется в результате отрыва от уступа канала, x_{ab} – длина вторичного вихря, который образуется после уступа в верхней части канала, x_2 – расстояние до начала вторичного вихря, x_3 – расстояние до конца вторичного вихря.

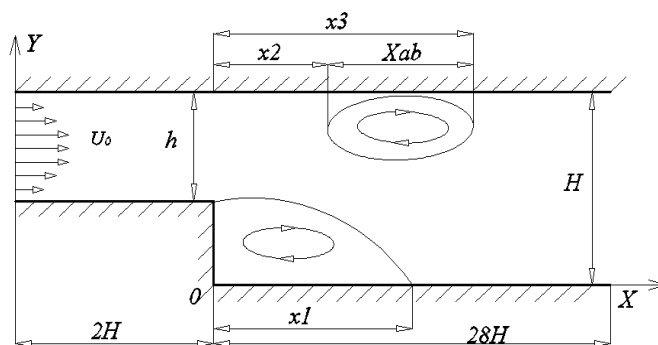


Рис. 1. Схема расчетной области в плоском канале с обратным уступом

Система нестационарных уравнений Навье–Стокса и уравнение неразрывности с постоянной плотностью $\rho = \text{const}$ в декартовых координатах имеют следующий вид [32]:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial p}{\rho \partial x} = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial p}{\rho \partial y} = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right), \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь U , V – соответственно безразмерные продольные, вертикальные составляющие вектора скорости ламинарного потока; p – безразмерное гидростатическое давление; $Re = HU_0/\nu$ – число Рейнольдса.

На всех неподвижных твердых стенках поставлены очевидные граничные условия прилипания $U|_{\Gamma} = 0$ и $V|_{\Gamma} = 0$, где Γ – твердая граница. На выходе из канала для горизонтальной и вертикальной скоростей поставлены стандартные условия экстраполяции второго порядка точности.

Метод решения. Для численного решения системы исходных нестационарных уравнений Навье – Стокса (1) для всех схем для связи скорости с давлением использована процедура SIMPLE [33, 34]. Из-за сложности соответствия полей скорости и давления использовалась сетка с разнесенной структурой расположения узлов сетки.

Численные схемы.

Схема QUICK. Схема QUICK была представлена П.Леонардом Брайаном в статье [28]. Схема имеет аппроксимацию второго порядка точности по пространству и первого порядка по времени $O(\Delta t, \Delta x^2, \Delta y^2)$, условием устойчивости является $\left(\frac{U_{\max} \Delta t}{\Delta x} + \frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta y}\right) \leq 1$. При этом диффузионные слагаемых аппроксимируются неявно с центральными разностями второго порядка точности. Схема QUICK, на регулярной сетке, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial U \Phi}{\partial x} + \frac{\partial V \Phi}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + \Pi^\Phi. \quad (2)$$

$$\text{Здесь } \Phi = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}, \quad \Pi^\Phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\rho \partial x} \\ \frac{\partial p}{\rho \partial y} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_P^{n+1} - \Phi_P^n}{\Delta t} + \frac{U_e \Phi_e^{n+1} - U_w \Phi_w^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_n \Phi_n^{n+1} - V_s \Phi_s^{n+1}}{\Delta y} &= \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\Phi_E^{n+1} - 2\Phi_P^{n+1} + \Phi_W^{n+1}}{\Delta x} + \frac{\Phi_N^{n+1} - 2\Phi_P^{n+1} + \Phi_S^{n+1}}{\Delta y} \right) - \Pi^\Phi, \\ \begin{cases} U_e > 0 & \Phi_e^{n+1} = \Phi_P^{n+1}, & U_e < 0 & \Phi_e^{n+1} = \Phi_E^{n+1}, \\ U_w > 0 & \Phi_w^{n+1} = \Phi_W^{n+1}, & U_w < 0 & \Phi_w^{n+1} = \Phi_P^{n+1}, \\ V_n > 0 & \Phi_n^{n+1} = \Phi_P^{n+1}, & V_n < 0 & \Phi_n^{n+1} = \Phi_N^{n+1}, \\ V_s > 0 & \Phi_s^{n+1} = \Phi_S^{n+1}, & V_s < 0 & \Phi_s^{n+1} = \Phi_P^{n+1}, \end{cases} \\ \begin{cases} U_e > 0 & \Phi_e^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_E^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_P^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_W^{n+1}, & U_e < 0 & \Phi_e^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_P^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_E^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_{EE}^{n+1}, \\ U_w > 0 & \Phi_w^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_P^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_W^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_{WW}^{n+1}, & U_w < 0 & \Phi_w^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_W^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_P^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_E^{n+1}, \\ V_n > 0 & \Phi_n^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_N^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_P^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_S^{n+1}, & V_n < 0 & \Phi_n^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_P^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_N^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_{NN}^{n+1}, \\ V_s > 0 & \Phi_s^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_P^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_S^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_{SS}^{n+1}, & V_s < 0 & \Phi_s^{n+1} = \frac{3}{8}\Phi_S^{n+1} + \frac{3}{4}\Phi_P^{n+1} - \frac{1}{8}\Phi_N^{n+1}, \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Введём обозначения

$$\begin{aligned} A^\Phi &= \left(1 + \frac{2\Delta t}{\text{Re}} \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \right), \quad B^\Phi = \frac{\Delta t}{\text{Re}} \left(\frac{\Phi_E^{n+1} + \Phi_W^{n+1}}{\Delta x} \right), \\ C^\Phi &= -\Pi^\Phi - \Delta t \frac{U_e \Phi_e^{n+1} - U_w \Phi_w^{n+1}}{\Delta x} - \Delta t \frac{V_n \Phi_n^{n+1} - V_s \Phi_s^{n+1}}{\Delta y}, \quad D^\Phi = \frac{\Delta t}{\text{Re} \Delta y}. \end{aligned} \quad (4)$$

В результате получим следующее уравнение для внутренних расчетных узлов:

$$\Phi_P^{n+1} A^\Phi = \Phi_N^{n+1} D^\Phi + \Phi_S^{n+1} D^\Phi + B^\Phi + C^\Phi.$$

Данное уравнение реализовывалось методом прогонки, которые подробно рассмотрены в статье [35].

Схема Мак-Кормака (MacCormack-МС). В вычислительной гидродинамике схема Мак-Кормака широко используется. Данная конечно-разностная схема второго порядка точности была разработана Робертом У. Мак-Кормаком в 1969 г. [29]. Данная схема является двухшаговой и имеет вид:

Предиктор

$$\bar{\Phi}_{i,j} = \Phi_{i,j}^n - \Delta t (U_{i,j}^n \frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta x} + V_{i,j}^n \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta y}) + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i,j-1}^n}{\text{Re} \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i-1,j}^n}{\text{Re} \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right). \quad (5)$$

Корректор

$$\Phi_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2} \left(\bar{\Phi}_{i,j} + \Phi_{i,j}^n - \Delta t (\bar{U}_{i,j}^n \frac{\bar{\Phi}_{i,j} - \bar{\Phi}_{i-1,j}}{\Delta x} + \bar{V}_{i,j}^n \frac{\bar{\Phi}_{i,j} - \bar{\Phi}_{i,j-1}}{\Delta y}) + \Delta t \left(\frac{\bar{\Phi}_{i,j+1} - 2\bar{\Phi}_{i,j} + \bar{\Phi}_{i,j-1}}{\text{Re} \Delta y^2} + \frac{\bar{\Phi}_{i+1,j} - 2\bar{\Phi}_{i,j} + \bar{\Phi}_{i-1,j}}{\text{Re} \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right) \right). \quad (6)$$

Здесь $\Phi = \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}$, $\Pi^\Phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\rho \partial x} \\ \frac{\partial p}{\rho \partial y} \end{pmatrix}$. Данная схема имеет второй порядок точности по времени и по

пространству, следовательно, погрешностью аппроксимации $O((\Delta t)^2, (\Delta x)^2, (\Delta y)^2)$. Она имеет усло-

вие устойчивости $\left(\frac{U_{\max} \Delta t}{\Delta x} + \frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta y} \right) \leq 1$.

Первоначально (предиктор) находится оценка величины $\overline{\Phi}_i^{n+1}$ на $n+1$ -м шаге по времени, а потом (корректор) определяется окончательное значение Φ_i^{n+1} на $n+1$ -м шаге по времени. Отметим, что в предикторе аппроксимируется разностями вперед, а в корректоре — разностями назад.

Метод Уорминга – Катлера – Ломакса (Warming – Kutler – Lomax- WKL). Вычислительные методы второго порядка, обычно используемые в производственных кодах, могут быть недостаточными по точности для аэроакустики. Поэтому возникает потребность в использовании конечно-разностных схем более высокого порядка точности. Таковой схемой является схема, разработанная Уормингом и др., которая имеет третий порядок точности. Данная схема на первых двух шагах по времени совпадает с методом Мак-Кормака и на третьем – с методом Русанова:

Шаг 1

$$\overline{\Phi}_{i,j} = \Phi_{i,j}^n - \frac{2}{3} \left(\Delta t \left(U_{i,j}^n \frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta x} + V_{i,j}^n \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta y} \right) + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i,j-1}^n}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i-1,j}^n}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right) \right). \quad (7)$$

Шаг 2

$$\overline{\Phi}_{i,j} = \left(\overline{\Phi}_{i,j} + \Phi_{i,j}^n - \frac{2}{3} \left(\Delta t \left(\overline{U}_{i,j}^n \frac{\overline{\Phi}_{i,j}^n - \overline{\Phi}_{i-1,j}^n}{\Delta x} + \overline{V}_{i,j}^n \frac{\overline{\Phi}_{i,j}^n - \overline{\Phi}_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right) + \Delta t \left(\frac{\overline{\Phi}_{i,j+1}^n - 2\overline{\Phi}_{i,j}^n + \overline{\Phi}_{i,j-1}^n}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\overline{\Phi}_{i+1,j}^n - 2\overline{\Phi}_{i,j}^n + \overline{\Phi}_{i-1,j}^n}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right) \right) \right). \quad (8)$$

Шаг 3

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_{i,j}^{n+1} = & \Phi_{i,j}^n - \frac{1}{24} \frac{\Delta t}{\Delta x} (-2\Phi_{i+2,j}^n + 7\Phi_{i+1,j}^n - 7\Phi_{i-1,j}^n + 2\Phi_{i-2,j}^n) - \\ & - \frac{1}{24} \frac{\Delta t}{\Delta y} (-2\Phi_{i,j+2}^n + 7\Phi_{i,j+1}^n - 7\Phi_{i,j-1}^n + 2\Phi_{i,j-2}^n) - \\ & - \frac{3}{8} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\overline{\Phi}_{i+1,j} - \overline{\Phi}_{i-1,j}) - \frac{3}{8} \frac{\Delta t}{\Delta y} (\overline{\Phi}_{i,j+1} - \overline{\Phi}_{i,j-1}) - \\ & - \left(\frac{4\Delta t^2}{\Delta x^2} + \frac{\Delta t^4}{\Delta x^4} \right) (\Phi_{i+2,j}^n - 4\Phi_{i+1,j}^n + 6\Phi_{i,j}^n - 4\Phi_{i-1,j}^n + \Phi_{i-2,j}^n) / 24 - \\ & - \left(\frac{4\Delta t^2}{\Delta y^2} + \frac{\Delta t^4}{\Delta y^4} \right) (\Phi_{i,j+2}^n - 4\Phi_{i,j+1}^n + 6\Phi_{i,j}^n - 4\Phi_{i,j-1}^n + \Phi_{i,j-2}^n) / 24 + \\ & + \Delta t \left(\frac{\overline{\Phi}_{i,j+1} - 2\overline{\Phi}_{i,j} + \overline{\Phi}_{i,j-1}}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\overline{\Phi}_{i+1,j} - 2\overline{\Phi}_{i,j} + \overline{\Phi}_{i-1,j}}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Это явная трехшаговая схема третьего порядка точности с погрешностью аппроксимации $O((\Delta t)^3, (\Delta x)^3, (\Delta y)^3)$ и устойчивая при $\left(\frac{U_{\max} \Delta t}{\Delta x} + \frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta y} \right) \leq 1$.

Метод Абарбанела–Готтлиба–Туркела (Abarbanel– Gottlieb–Turkel - AGT). В статье [31] представлена четырёхшаговая схема четвертого порядка точности. Эта схема имеет следующий

ВИД:

Шаг 1

$$\Phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(1)} = \frac{1}{2}(\Phi_{i+1,j+1}^n + \Phi_{i,j}^n) - \Delta t \frac{1}{2} \left(U_{i,j}^n \frac{\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta x} + V_{i,j}^n \frac{\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n}{\Delta y} \right) + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i,j-1}^n}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^n - 2\Phi_{i,j}^n + \Phi_{i-1,j}^n}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right). \quad (10)$$

Шаг 2

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j}^{(2)} = & \frac{1}{8} \{ 10\Phi_{i,j}^n - (\Phi_{i+1,j+1}^n + \Phi_{i-1,j-1}^n) \} - \\ & - \frac{\Delta t}{2} \left(U_{i,j}^{(1)} \frac{\Phi_{i+\frac{1}{2},j}^{(1)} - \Phi_{i-\frac{1}{2},j}^{(1)}}{\Delta x} + V_{i,j}^{(1)} \frac{\Phi_{i,j+\frac{1}{2}}^{(1)} - \Phi_{i,j-\frac{1}{2}}^{(1)}}{\Delta y} \right) + \\ & + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{(1)} - 2\Phi_{i,j}^{(1)} + \Phi_{i,j-1}^{(1)}}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^{(1)} - 2\Phi_{i,j}^{(1)} + \Phi_{i-1,j}^{(1)}}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right), \end{aligned} \quad (11)$$

Шаг 3

$$\begin{aligned} \Phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{(3)} = & \frac{1}{16} \{ 9(\Phi_{i+1,j+1}^n + \Phi_{i,j}^n) - (\Phi_{i+2,j+2}^n + \Phi_{i-1,j-1}^n) \} - \\ & - \frac{\Delta t}{8\Delta x} (8U_{i,j}^{(2)} (\Phi_{i+1,j}^{(2)} - \Phi_{i,j}^{(2)}) + 3U_{i,j}^n (\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i,j}^n) - U_{i,j}^n (\Phi_{i+2,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n)) - \\ & - \frac{\Delta t}{8\Delta y} (8V_{i,j}^{(2)} (\Phi_{i,j+1}^{(2)} - \Phi_{i,j}^{(2)}) + 3V_{i,j}^n (\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j}^n) - V_{i,j}^n (\Phi_{i,j+2}^n - \Phi_{i,j-1}^n)) + \\ & + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{(2)} - 2\Phi_{i,j}^{(2)} + \Phi_{i,j-1}^{(2)}}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^{(2)} - 2\Phi_{i,j}^{(2)} + \Phi_{i-1,j}^{(2)}}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right), \end{aligned} \quad (12)$$

Шаг 4

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j}^{n+1} = & \Phi_{i,j}^n - \frac{1}{96} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{16U_{i,j}^{(3)} (\Phi_{i+\frac{1}{2},j}^{(3)} - \Phi_{i-\frac{1}{2},j}^{(3)}) + 16U_{i,j}^{(2)} (\Phi_{i+1,j}^{(2)} - \Phi_{i-1,j}^{(2)})}{56U_{i,j}^{(1)} (\Phi_{i+\frac{1}{2},j}^{(1)} - \Phi_{i-\frac{1}{2},j}^{(1)}) - 8U_{i,j}^{(1)} (\Phi_{i+\frac{3}{2},j}^{(1)} - \Phi_{i-\frac{3}{2},j}^{(1)})} \right) + \\ & + \frac{U_{i,j}^n}{96} \frac{\Delta t}{\Delta x} (10(\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{i-1,j}^n) - (\Phi_{i+2,j}^n - \Phi_{i-2,j}^n)) - \\ & - \frac{1}{96} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(\frac{16V_{i,j}^{(3)} (\Phi_{i,j+\frac{1}{2}}^{(3)} - \Phi_{i,j-\frac{1}{2}}^{(3)}) + 16V_{i,j}^{(2)} (\Phi_{i,j+1}^{(2)} - \Phi_{i,j-1}^{(2)})}{56V_{i,j}^{(1)} (\Phi_{i,j+\frac{1}{2}}^{(1)} - \Phi_{i,j-\frac{1}{2}}^{(1)}) - 8V_{i,j}^{(1)} (\Phi_{i,j+\frac{3}{2}}^{(1)} - \Phi_{i,j-\frac{3}{2}}^{(1)})} \right) + \\ & + \frac{V_{i,j}^n}{96} \frac{\Delta t}{\Delta y} (10(\Phi_{i,j+1}^n - \Phi_{i,j-1}^n) - (\Phi_{i,j+2}^n - \Phi_{i,j-2}^n)) + \\ & + \Delta t \left(\frac{\Phi_{i,j+1}^{(3)} - 2\Phi_{i,j}^{(3)} + \Phi_{i,j-1}^{(3)}}{\text{Re } \Delta y^2} + \frac{\Phi_{i+1,j}^{(3)} - 2\Phi_{i,j}^{(3)} + \Phi_{i-1,j}^{(3)}}{\text{Re } \Delta x^2} + \Pi^\Phi \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Эта явная четырёх-шаговая схема четвертого порядка точности с погрешностью аппроксимации $O((\Delta t)^4, (\Delta x)^4, (\Delta y)^4)$ и устойчивая при $\left(\frac{U_{\max} \Delta t}{\Delta x} + \frac{V_{\max} \Delta t}{\Delta y} \right) \leq 1$.

При использовании методов третьего и четвертого порядка точности за увеличение точности алгоритма приходится расплачиваться увеличением времени расчета и усложнением разностной

схемы. Это необходимо тщательно учитывать при выборе метода решения уравнений в частных производных, таких как уравнение Эйлера и Навье–Стокса [36]. Для решения задачи была использована прямоугольная расчетная сетка 300×100 размером $\Delta x = 0.05$, $\Delta y = 0.01$, $\Delta t < 0.001$ для всех схем.

Результаты расчетов и их обсуждение. Данная статья преследовала изучение эффективности численных схем. На рис. 2 приведены результаты продольной скорости потока в различных сечениях после уступа. Число Рейнольдса $Re=100$, экспериментальные данные были взяты из работы Армали и др. [16].

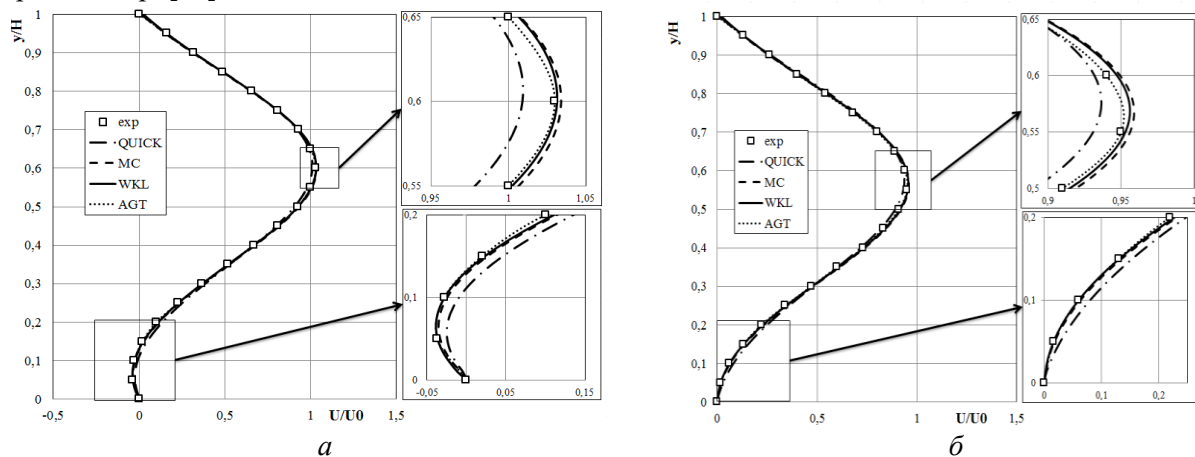
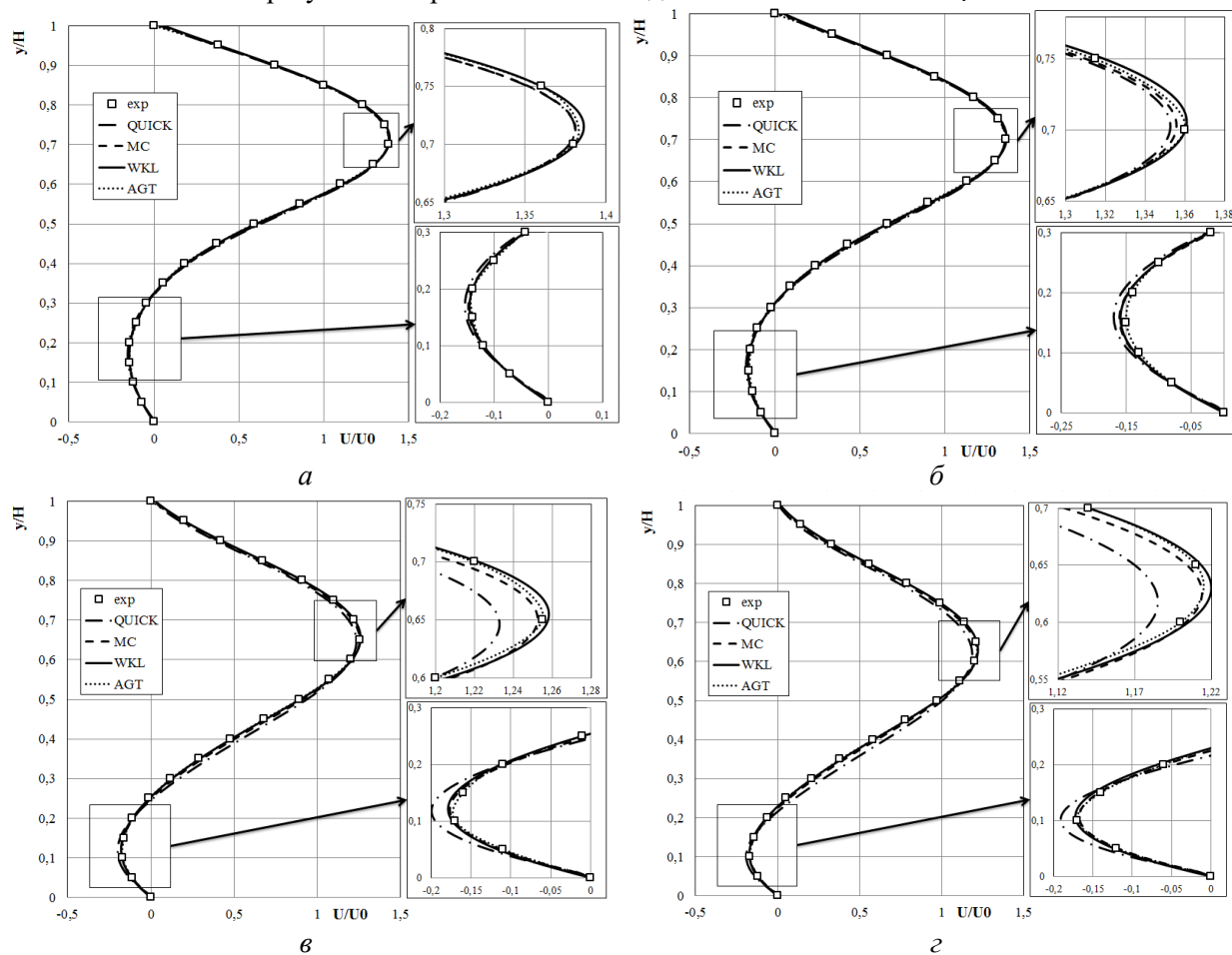


Рис. 2. Результаты продольной скорости при использовании различных расчетных схем:
а – $x/h=2.55$; б – $x/h=3.06$

Как видно из рис. 2, результаты для всех схем в прямом канале довольно близки друг к другу. Аналогичные результаты при числе Рейнольдса $Re=100$ показаны на рис. 3.



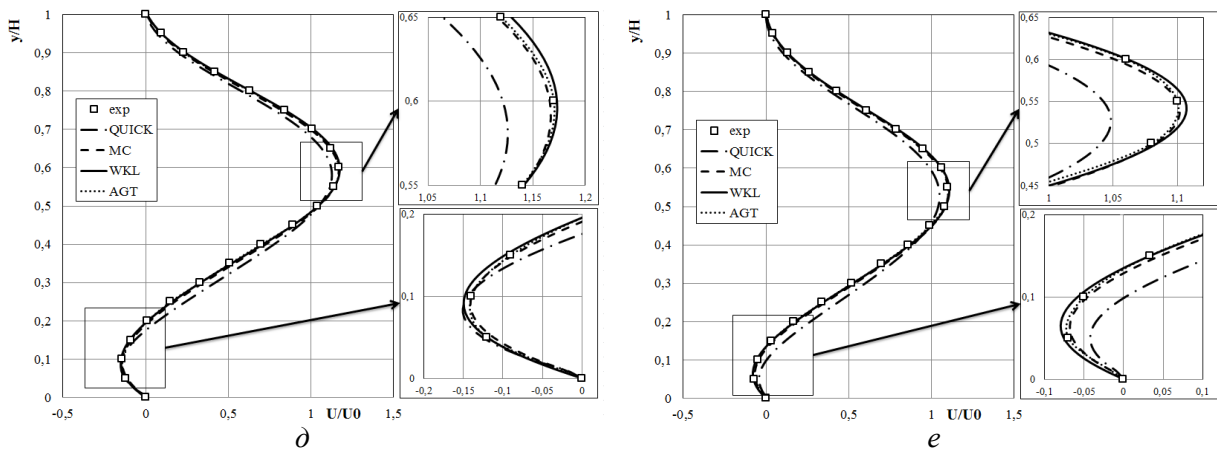


Рис. 3. Результаты продольной скорости при использовании различных расчетных схем: *a* – $x/h=2.55$; *b* – $x/h=3.06$; *в* – $x/h=4.18$; *г* – $x/h=5.4$; *д* – $x/h=6.12$; *е* – $x/h=7.14$

Из рис. 2–3 видно, что при малых числах Рейнольдса все схемы дают примерно одинаковые результаты.

На рис. 4 приведены результаты для расстояния до соединения первичного вихря в зависимости от числа Рейнольдса.

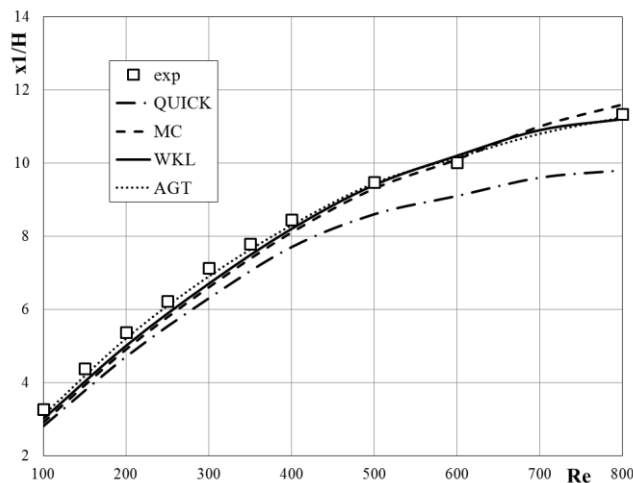


Рис. 4. Результаты для расстояния до соединения первичного вихря в зависимости от числа Рейнольдса

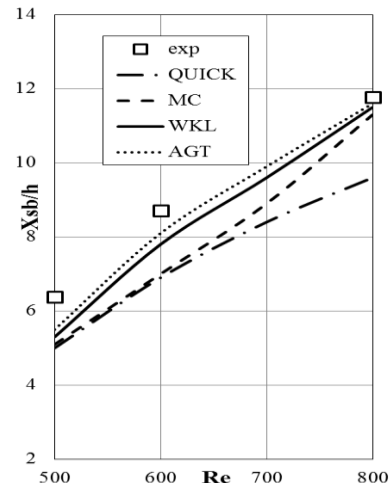


Рис. 5. Результаты длины вторичного вихря при изменении числа Рейнольдса

Как видно из рис. 4, результаты для местоположения соединения первичного вихря, полученные по схемам MC, WKL и AGT, довольно близки друг к другу, однако, схема QUICK даёт несколько хуже результат.

На рис. 5 приведены результаты для протяженности вторичного вихря в зависимости от числа Рейнольдса.

Из рис. 4–5 видно, что во всех случаях в зоне за выступом характерно образование возвратных течений, а протяженность этой зоны и структура циркуляционного течения зависят не только от числа Рейнольдса, но и от численных схем. Численные исследования показали, что схема Мак-Кормака второго порядка точности, Уорминга – Катлера – Ломакса – третьего порядка точности, а схема Абарбанела–Готлиба–Туркеда – четвертого порядка точности дают очень близкие результаты к экспериментальным данным, чем схема QUICK.

Выводы. В статье продемонстрированы эффективности схем QUICK, Мак-Кормака (MC) Уорминга – Катлера – Ломакса (WKL) и Абарбанела–Готлиба–Туркеда (AGT). Для всех схем использована процедура SIMPLE. В результате детального численного исследования полей скорости потока выявлены закономерности формирования вихревой структуры течения в плоском канале с уступом, включая вторичные вихревые образования и нестационарные отрывные режимы течения.

В заключение следует отметить, что к использованию расчетных схем для отрывных течений следует относиться осторожно, так как разные схемы могут дать различные результаты. Для отрывных потоков схема QUICK не дает удовлетворительного результата, но эта схема более устойчива при использовании больших шагов по времени, чем другие схемы. А схемы MC, WKL и AGT дают примерно одинаковые результаты. Однако схемы WKL и AGT требуют больше вычислительного времени. Поэтому схемы второго порядка точности для большинства задач являются рациональными для получения результатов достаточной точности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Blasius H. Laminare Stromung in Kanalen Wechselnder Breite // Zeitschrift fur Math. und Phys. Vol. 58. 1910. №10. P. 225–233.
- [2] Honji H. The starting flow down a step // J. Fluid Mech., Vol. 69. 1975. Iss. 2. P. 229–240.
- [3] Синха С.П., Гунта А.К., Оберай М.М. Ламинарное отрывное обтекание уступов и каверн. Ч. 1. Течение за уступом // Ракетная техника и космонавтика. 1981. Т. 19. № 12. С. 33–37.
- [4] Armaly B.F., Durst F., Pereira J.C.F., et al. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow // J. Fluid Mech. Vol. 127. 1983. P. 473–496.
- [5] Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1972.
- [6] Гогоши Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979.
- [7] Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step // J. Fluid Mech. Vol. 330. 1997. P. 349–374.
- [8] Durst F., Melling A., Whitelaw J.H. Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion // J. Fluid Mech. Vol. 64. 1974. Iss. 1. P. 111–118.
- [9] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J.H. Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions // J. Fluid Mech. Vol. 84. 1978. Iss. 1. P. 13–31.
- [10] Macadno E.O., Hung T.-K. Computational and experimental study of a captive annular eddy // J. Fluid Mech. Vol. 28. 1967. Iss. 1. P. 43–64.
- [11] Kumar A., Yajnik K.S. Internal separated flows at large Reynolds number // J. Fluid Mech. Vol. 97. 1980. Iss. 1. P. 27–51.
- [12] Плоткин А. Расчеты спектральным методом некоторых отрывных ламинарных течений в каналах // Аэрокосмическая техника. 1983. № 7. С. 75–85.
- [13] Acrivos A., Schrader M.L. Steady flow in a sudden expansion at high Reynolds numbers // Phys. Fluids. Vol. 25. 1982. Iss. 6. P. 923–930.
- [14] Куон О., Плетчер Р., Льюис Дж. Расчет течений с внезапным расширением при помощи уравнений пограничного слоя // Теор. основы инж. расч. 1984. Т. 106. № 3. С. 116–123.
- [15] Льюис Плетчер. Пределы применимости уравнений пограничного слоя для расчета ламинарных течений с симметричным внезапным расширением // Теор. основы инж. расч. 1986. № 2. С. 284–294.
- [16] Маликов З.М., Мадалиев М.Э. Численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе новой двухжидкостной модели турбулентности // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 4 (97). С. 24–39.
- [17] Lee Y. S., Smith L. C. Analysis of power-law viscous materials using complex stream, potential and stress functions, in Encyclopedia of Fluid Mechanics // Flow Phenomena and Measurement, ed. N. P. Chermisinoff. 1986. Vol. 1. P. 1105–1154.
- [18] Roache, P.J. Computational Fluid Dynamics. Hermosa. New Mexico. 1972. P. 139–173.
- [19] Taylor T. D., Ndefo E. Computation of viscous flow in a channel by the method of splitting // Proc. of the Second Int. Conf. on Num. Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics. 1971. Vol. 8. P. 356–364. New York, Springer Verlag.
- [20] Durst F., Peireira, J.C.F. Time-dependent laminar backwardfacing step flow in a two-dimensional duct // ASME J. Fluids Eng., 1988. 110. Pp. 289–296.
- [21] Alleborn N., Nandakumar K., Raszillier H., Durst F. Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion // J. Fluid Mech., 1997. Vol. 330. Pp. 169–188.
- [22] Brandt A., Dendy J. E., Ruppel H. The multigrid method for semi-implicit hydrodynamic codes // J. Comput. Phys. 1980. Vol. 34. P. 348–370.
- [23] Hackbusch, W. Multigrid Methods for Applications // Springer, Berlin. 1985.
- [24] Lange C. F., Schaefer M., Durst F. Local block refinement with a multigrid flow solver // Int. J. Numer. Methods Fluids 2002. Vol. 38, P. 21–41.
- [25] Kim J., Moin, P. Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations // J. Comput. Phys., 1985. Vol. 59. P. 308–323.
- [26] Durst F., Peireira J. C. F., Tropea C. The plane symmetric sudden-expansion flow at low Reynolds numbers // J. Fluid Mech. 1985. Vol. 248. P. 567–581.
- [27] Kaiktsis L., Karniadakis G. E., Orszag S.A. Unsteadiness and convective instabilities in a two-dimensional flow over a backward-facing step // J. Fluid Mech., 1996. Vol. 321. P. 157–187.
- [28] Leonard B.P. A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation // Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 1979. Vol. 19. P. 59–98.
- [29] MacCormack R. W. The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering // AIAA Paper 1969. Vol. 69. –354 p. Cincinnati, Ohio.
- [30] Warming R. F., Kutler P., Lomax H. Second- and Third-Order Noncentered Difference Schemes for Nonlinear Hyperbolic Equations // AIAA Jour- Journal, 1973. Vol. 11. P. 189–196.

- [31] Abarbanel S., Gottlieb D., Turkel E. Difference schemes with fourth order accuracy for hyperbolic equations // SIAM J. Appl. Math. 1975. Vol. 29. P. 329-351.
- [31] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // М.: Наука, 1987. – 678 с.
- [33] Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow // Taylor&Francis. 1980.
- [34] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Numerical Simulation of Two-Phase Flow in a Centrifugal Separator. *Fluid Dynamics*. 2020. Vol. 55(8). P. 1012–1028.
- [35]. Erkinjon son M.M. Numerical Calculation of an Air Centrifugal Separator Based on the SARC Turbulence Model // *J. Appl. Comput. Mech*. Vol. 7(2), 2021.
- [36]. Madaliev E., Madaliev M., Adilov K. Pulatov T. Comparison of turbulence models for two-phase flow in a centrifugal separator in *E3S Web of Conferences*. Vol. 264. 2021. 1009.
- [37]. Madaliev Murodil. Numerical study of laminar flow in a suddenly expanding channel // *Scientific-technical journal*. Vol. 4. 2021. Iss. 4. Article 6.

Дата поступления
19.04.2022

З.М. Маликов, М.Э. Мадалиев, М.А. Шоев. Тўсатдан кенгайиб бораётган каналда ламинар оқим масаласи учун сонли схемаларни таққослаш

Аннотация: Мақолада икки ўлчовли канал учун тўсатдан кенгайиш орқали суяқлик оқими сонли ўрганилди. Ҳар хил Рейнольдс сонларида турли оқим хусусиятлари ҳисоблаб чиқилган. Натижалар ламинар оқим режими учун ностационар Навье-Стокс тенгламалар тизимини сонли ечиш орқали амалга оширилган. Каналнинг турли кесимларида тезлик профилларининг натижалари ва бирламчи, ҳамда иккиламчи уюмаларнинг узунликлари каналнинг кенгайган қисмидан бошлаб, Рейнольдс сонига боғлиқлиги ўрганилган. Тенгламалар чекли айирмалар асосида назорат ҳажмлар усули орқали аппроксимацияланган ва тезликлар билан босим ўртасидаги боғлиқлик SIMPLE усули ёрдамида аниқланган. Ушбу масалани сонли ечиш учун ҳар хил сонли чекли айирмалар схемалардан фойдаланилган. Сонли натижаларнинг адекватлиги экспериментал маълумотлар билан таққослаш йўли билан амалга оширилган.

Калим сўзлар: Навье-Стокс тенгламаси; Рейнольдс сони; ламинар оқим; тўсатдан кенгайган қувур.

Z.M. Malikov, M.E. Madaliev, M.A. Shoev. Comparison of numerical schemes for the problem of laminar flow in a suddenly expanding channel

Abstract: In the article, the fluid flow with expansion was studied numerically for a two-dimensional channel. Different flow characteristics were calculated for different Reynolds numbers. Calculations are performed for laminar flow mode. The calculations are based on the numerical solution of a system of nonstationary equations using Navier-Stokes. The results of the longitudinal velocity profiles in different sections of the channel and the length of the primary and secondary vortices are obtained with a change in the Reynolds number after the ledge. For the difference approximation of the initial equations, the control volume method was used, and the relationship between velocities and pressure was found using the SIMPLE procedure. Various schemes were used to solve this problem numerically. To confirm the correctness of the numerical results, a comparison was made between each other and with experimental data.

Keywords: Navier-Stokes equations; Reynolds number; laminar flow; suddenly expanding pipe.

УДК 621.01

ВЛИЯНИЕ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА ПОДШИПНИКОВОЙ ОПОРЫ НА УПРУГУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ВАЛА

Кенжабоев Ш., Махмудова Ш.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан
E-mail: maxmudovash88@mail.ru

Аннотация: Получены результаты и график деформации влияния подшипниковой опоры на вал. Разработана принципиальная технологическая схема при разной толщине упругого элемента и рассмотрено влияние на технологический режим производства.

Ключевые слова: деформация; упругий элемент; подшипниковая опора; напряжение; сдвиг.

Введение. С развитием технологических машин перед учеными стоит вопрос по совершенствованию конструкции машин и оборудования. В последние годы многие ученые работают над композиционными конструкциями для решения различных задач.

Исследования в этой сфере проводили С.Фань, В.Сяогуан, Ф.Мяомяо, В.Чи, Л.Цзясинь и предложили конструкцию подшипниковой опоры из резины и стали. Резина – это упругий материал, который широко используется в машиностроении. Упругий материал может выдерживать большие деформации и большие перемещения, но имеет минимальное изменение объема (несжимаемый).

В процессе исследования были проанализированы давление, сила сдвига и реакция подшипника качения на упругих опорах [1].

В.Робинсон провел исследование с гистерезисными опорами из резины, обеспечивающее в одном устройстве комбинированные характеристики поддержки вертикальных нагрузок, гибкость в горизонтальном направлении и способность поглощать энергию, необходимую для изоляции основания конструкций от сейсмического воздействия. Гистерезисный резиновый подшипник представляет собой многослойный эластомерный подшипник того типа, который используется в мостовых конструкциях, с выводной заглушкой в центре. В испытаниях подшипники, покрытые резиновыми материалами, вели себя удовлетворительно, и петли гистерезиса можно было достаточно хорошо описать, если предположить, что свинец ведет себя как упругопластичное твердое тело с пределом текучести при сдвиге 10 – 55 МПа. Подшипники показали небольшую зависимость от скорости при ~ 100 мм / с, хотя при скоростях ползучести ~ 1 мм / ч сила, создаваемая свинцом, упала до 30% от силы при типичных частотах землетрясений. Эффект множества небольших смещений был протестирован с помощью 11000 циклов при ± 3 мм [2].

Конструкции подшипников с упругим элементом (СРП) широко используются в системах самоизоляции зданий и других сооружений для эффективного смягчения разрушительных последствий горизонтального землетрясения, сотрясающего землю. Горизонтальная гибкость СРП, обычно размещаемых в основании конструкции, приводит к концентрации смещений в подшипниках при одновременном ограничении деформаций в конструкции. Недавние исследования позволили оценить способность изолированных сооружений к перемещению и значительный риск разрушения из-за повышенных сейсмических требований к изоляторам или из-за ударов по стенам рвов [3].

Недостатком существующих опор в составе любых механизмов и машин является непосредственная передача колебания вращающихся валов в корпусах машин и механизмов на сами корпуса, что приводит к увеличению виброшума соответствующих машин и механизмов. Кроме того, конструкция не позволяет параллельное смещение оси вала при вертикальных деформациях опор к несимметричному расположению масс на валу, т.е. центр масс вала не находится в середине по длине вала. Это приводит к нарушению движения машины из-за технологических зазоров.

Известны опоры, в которых подшипник сопрягает непосредственно с корпусом и присоединительными поверхностями подшипника качения к корпусу наружный диаметр и ширину колец [4,5].

А.Джураев, С.Юнусов, А.Мирзаумидов [6] в своих исследованиях приводят для подшипников конструкцию опоры. поглощения колебаний вращающихся валов. Она содержит корпус со смонтированным в нем подшипником и размещенным между его наружной поверхностью и корпусом упругим элементом, выполненным в виде усеченной конической втулки. Усеченная коническая втулка изготовлена из резины, при этом основания с меньшим диаметром усеченных конических втулок опор вала установлены в корпусе в противоположных друг к другу направлениях и находятся с наружной стороны корпуса, а основания с большим диаметром упругих втулок направлены друг к другу и находятся с внутренней стороны 38 корпуса.

Объекты и методы исследования. Пильный цилиндр джина массивный и вращается с частотой 730 об/мин. Поэтому происходит значительный изгиб вала пильного цилиндра. При этом в средней зоне пильного цилиндра нарушаются технологические зазоры между пильными дисками и колосниками, которые могут привести к значительным повреждениям волокон и семян хлопка, снижению ресурса работы и производительности машины. Поэтому важным является изучение изгибных колебаний вала пильного цилиндра. Упругая опора для подшипников качения показала свои положительные результаты. С помощью специального программного обеспечения ANSYS проводили моделирование эксперимента с учетом параметров упругого элемента опоры подшипника качения, и выявления того, как новая конструкция эластичного подшипника влияет на механизм (рис.1).

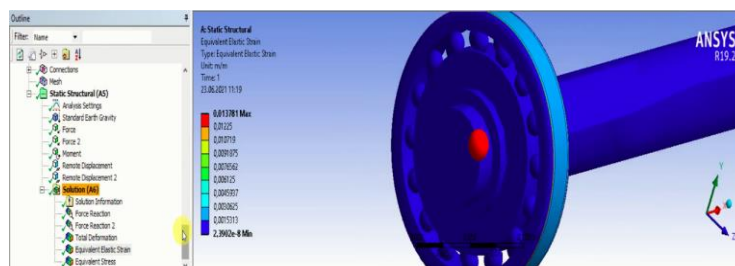


Рис. 1. Модель упругого подшипника

Результаты и их обсуждение. Эксперименты пыльного цилиндра с упругой опорой проводили с использованием резины разной толщины. Исходя из результатов моделирования по программе ANSYS, можно утверждать, что за счет деформации резины можно повысить эффективность работы рабочих органов и механизмов передачи технологических машин. Опорные подшипники были протестированы на твердость, модуль сдвига и прочность сцепления в соответствии с действующими стандартами. Все свойства материала указывали на небольшие изменения и находились в допустимых пределах. Полученные результаты деформации изгиба приведены в таблице.

№	А	В	Деформация		
			мин	мак	ср
1	0	0	3.50E-07	8.99E-04	4.50E-04
2	0.25	0.5	3.65E-06	1.30E-03	6.51E-04
3	0.5	0.75	2.42E-06	1.40E-03	7.03E-04
4	0.75	1	1.18E-06	1.51E-03	7.55E-04
5	1	1.25	-5.11E-08	1.61E-03	8.07E-04
6	1.25	1.5	-1.28E-06	1.72E-03	8.59E-04

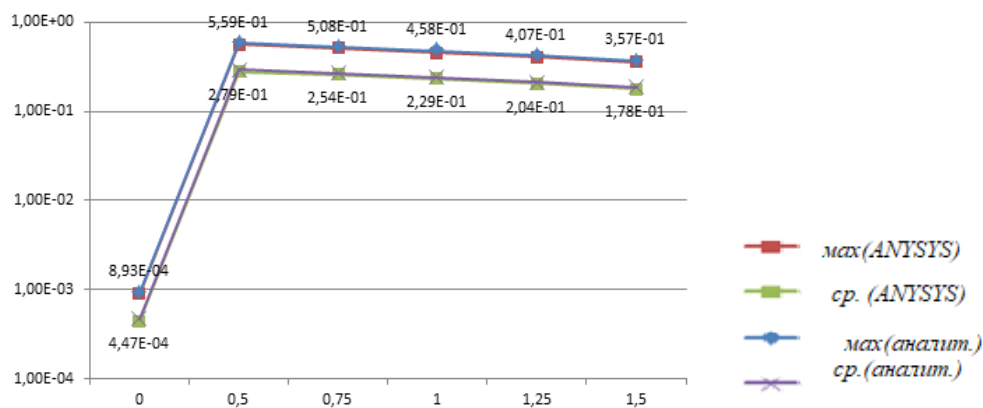


Рис.2. График упругих деформаций

Анализ графика на рис.2 показывает, что с увеличением толщины упругого покрытия подшипника от 0.25 до 1.5 мм деформация вала снижается до $(0.893 - 0.357) \cdot 10^{-3}$ мм.

Вывод. Установлено, что влияние дополнительного опорного подшипника упругим элементом уменьшает упругую деформацию на 30 – 40%. Это улучшает работоспособность механизма, и отличается 4.29%-ной погрешностью от аналитического метода. Таким образом, проведенные исследования показали принципиальную возможность широкого использования комбинированных подшипников опор.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Фань С., Сяогуан В., Мяомяо Ф., Чи В., Цзясинь Л. Анализ механического механизма заболеваний резинового подшипника качения // Международная конференция по энергосбережению, охране окружающей среды и гражданскому строительству. 2021. №12.

- [2] Робинсон У.Х. Свинцово- резиновые гистерезисные подшипники, подходящие для защиты конструкций во время землетрясений // Сейсмостойкая инженерия и структурная динамика. Вып. 4. Т. 10. 1982. Июль/август. С. 593–604.
- [3] Маркес Дж.Ф., Москеда Г., Ким М.К. Моделирование подшипников из свинцовой резины при больших циклических деформациях материала Журнал строительной инженерии. Вып. 111. 2021. Ноябрь. Т. 147.
- [4] Якушев А.И., Воронцов Л.Н., Федотов Н.М. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. М.: Машиностроение, 1986. – 235 с.
- [5] Таджибаев Р.Н., Джураев А. Машина деталлари. Тошкент: Ўқитувчи, 1999. – 225 б.
- [6] Джураев А., Юнусов С., Мирзаумидов А. Разработка эффективных конструкций и совершенствование научных основ расчета параметров рабочих органов и механизмов пильных джинов. – 220 с.

Дата поступления
05.04.2022

Ш. Кенжабоев, Ш. Махмудова. Қайишқоқ асосга подшипник таянчининг вал деформациясига таъсири

Аннотация: Рулман таянчининг милга таъсири деформациясининг натижалари ва графиги олинди. Эластик элементнинг турли қалинлиги учун асосий технологик схема ишлаб чиқилган ва ишлаб чиқаришнинг технологик режимига таъсири кўриб чиқилган.

Калим сўзлар: деформация, эластик элемент, подшипник таянчи, кучланиш, кесилиш.

Sh. Kenjaboev, Sh. Makhmudova. Influence of the elastic element of the bearing support on the elastic deformation of the shaft

Abstract: The results and the graph of the deformation of the influence of the bearing support on the shaft are obtained. A basic technological scheme has been developed for different thicknesses of the elastic element and the effect on the technological mode of production has been considered.

Keywords: deformation, elastic element, bearing support, stress, shear.

УДК 517.977.5

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА ОДНОКОВШОВОГО ЭКСКАВАТОРА

Рустамов К.Ж., Алимухамедов Ш.П., Комилов С.И.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: kolya22@rambler.ru

Аннотация: Отмечено, что экскаваторы являются подъемными механизмами мобильных машин и агрегатов с гидравлическим приводом и, как и другие робототехнические системы, управляются различными методами. Показано, что на современных машинах применяются различные системы управления, из них наиболее широкое распространение получили адаптивные методы управления. Обосновано, что в стесненных городских условиях при точечной застройке необходимо применение высокоточных строительных машин. Установлено, что разработанная математическая модель позволяет оценить точность работы рабочего механизма одноковшового экскаватора, проанализировать возможные источники геометрической погрешности и составить рабочую область. Доказано, что предложено для повышения точности рабочего механизма экскаватора несколько путей решения этой задачи, которые помогут повысить точность работы рабочего механизма. Предлагаемый материал поможет составить алгоритм программы управления рабочим органом и существенно снизить затраты на использование одноковшового экскаватора.

Ключевые слова: одноковшовый экскаватор; математическая модель; система управления; точность.

Введение. В настоящее время наблюдается постоянное совершенствование автоматизации строительных и дорожных работ, так как это позволяет повысить темпы строительства и снизить его стоимость и трудоёмкость. Одним из наиболее универсальных средств механизации при производстве земляных работ на строительных площадках в городских условиях являются одноковшовые экскаваторы с гидроприводом [1–3]. Одноковшовыми экскаваторами выполняется до 38% земляных работ в строительстве.

Современные системы мониторинга строительных работ позволяют осуществлять непрерывный автоматический контроль параметров электрооборудования и механического оборудования, процесса работы экскаватора и объема выполненных работ, а также информировать оператора о режимах работы экскаватора. Применение бортовых микрокомпьютеров позволяет вносить в память все необходимые данные, такие как геометрические размеры котлована, углы откосов, угол поворота, высота подъема ковша. Во время работы в

компьютер автоматически поступают сигналы с датчиков, и затем происходит корректировка выполняемого задания по отрывке котлована или траншеи [4].

В последние годы широко проводятся работы по созданию систем с программным управлением рабочим органом по вертикальным и угловым координатам, что позволяет обеспечить требования к геометрической точности дна траншеи.

Выбор метода управления рабочим органом машины для земляных работ должен быть основан на знании динамических свойств используемой машины, а также статистических характеристик случайных возмущений, действующих на указанную машину.

Быстроизменяющиеся условия работы и внешней среды, неполнота информации о динамике машины, сложность моделирования рабочих процессов затрудняют проектирование и настройку систем управления рабочими процессами. Ручная поднастройка параметров систем, основанная на опыте эксплуатации, не гарантирует качественной работы систем управления. Таким образом, возникает необходимость создания адаптивных систем управления, подстраивающихся под изменение внешних условий и параметров машины [5, 6].

Неадаптивные методы управления предусматривают наличие достаточного объема наперед заданных сведений о внутренних и внешних условиях работы машины еще на предварительной стадии разработки системы, которые затем используются при проектировании системы управления. Чем полнее информация о характеристиках системы и условиях ее работы, тем обычно выше качество неадаптивного управления. Кроме того, существующие классические неадаптивные системы управления имеют один общий серьезный недостаток: они никак не учитывают запаздывание реакции оператора на изменяющиеся условия, и операции заглабления и выглабления ковша осуществляются оператором несвоевременно.

Разработка систем адаптивного управления осуществляется иным образом: адаптивные методы управления должны способствовать достижению высокого качества управления при отсутствии достаточной полноты априорной информации о характеристиках рабочего процесса либо в условиях неопределенности. Принцип работы адаптивных систем управления основан на изменении параметров и структуры в результате наблюдения и обработки текущей информации.

В настоящее время доказана эффективность адаптивных систем управления рабочим органом землеройно-транспортных машин на основе интеллектуальных нейронных сетей [5]. Нейросетевые регуляторы в ряде случаев позволяют реализовать более эффективные адаптивные алгоритмы управления нелинейными динамическими объектами по сравнению с традиционными.

Построение математической модели рабочего механизма одноковшового экскаватора. Наиболее полное представление о характеристиках машины как объекта управления дает исследование адекватных математических моделей, полученных путем обобщения экспериментальной информации о показателях рабочих процессов.

На точность копания грунта рабочим органом оказывает влияние большое число различных факторов: точность управления, зависящая от оператора в ручном режиме управления экскаватором или от системы управления при автоматизированном управлении, запаздывание любого из этих вариантов управления [7]. Существенное влияние также оказывают характеристики грунта, неровности поверхности, допускаемые погрешности при работе механизма гидроцилиндров.

Моделирование проводилось для отечественного гусеничного экскаватора ЭО-2621 (рис. 1).

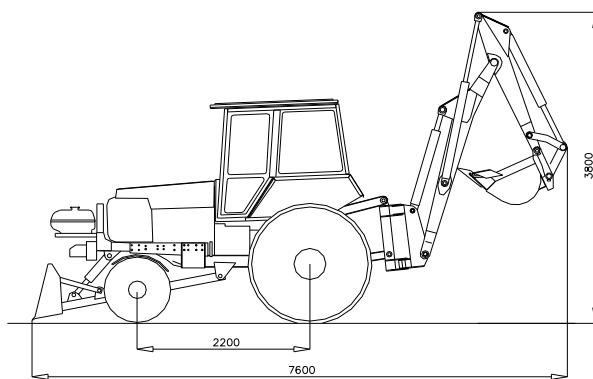


Рис. 1. Экскаватор ЭО-2621

Рабочий механизм экскаватора представляет собой замкнутую систему последовательно соединенных одноподвижных групп. Геометрический анализ кинематической цепи рабочего органа экскаватора выполнен с использованием имитационного моделирования в среде MATLAB. Изменения положений звеньев задаются функциями положения.

Плоская модель рабочего процесса копания грунта одноковшовым экскаватором в каждый момент времени описывает продольный профиль малого участка траншеи в случае горизонтального расположения гусеничной базы. Положение рабочего органа, а также исходный и обработанный профили грунтовой поверхности характеризуются только продольными координатами вдоль осей x и y . Плоская модель на основе структурно-кинематических связей продольного профиля раскрывает характерные геометрические особенности рабочего органа. Кинематическая схема рабочего органа представлена на рис. 2.

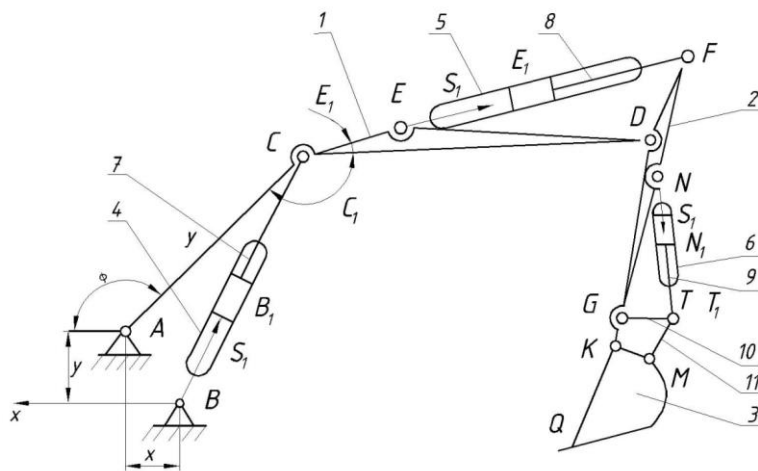


Рис. 2. Кинематическая схема рабочего механизма: 1 – стрела; 2 – рукоять; 3 – ковш; 4, 5, 6 – гидроцилиндры; 7, 8, 9 – штоки гидроцилиндров; 10, 11 – шатуны

Число подвижностей плоского механизма по формуле П.Л. Чебышева [8]

$$W = 3n - 2p_1 - p_2, \quad (1)$$

где n – число подвижных звеньев; p_1 – число одноподвижных кинематических пар; p_2 – число двухподвижных кинематических пар.

Рабочий механизм экскаватора, представленный на рис. 2, имеет $n=11$ подвижных звеньев, $p_1=15$ одноподвижных кинематических пар (точка Q введена для удобства рассуждений, кинематической парой не является), двухподвижных кинематических пар нет – $p_2=0$. Для плоского механизма по формуле П.Л. Чебышева [8] число подвижностей $W=3$.

Плоский рабочий механизм экскаватора Четра имеет 3 подвижности, всего рабочий механизм экскаватора имеет 4 подвижности. Обобщенными координатами кинематической цепи экскаватора являются (см. рис. 2):

- 1) угол θ поворота платформы вокруг вертикальной оси;
- 2) линейная координата s_1 , характеризующая перемещение штока 7 гидроцилиндра 4;
- 3) линейная координата s_2 , характеризующая перемещение штока 8 гидроцилиндра 5;
- 4) линейная координата s_3 , характеризующая перемещение штока 9 гидроцилиндра 6.

Положение ковша экскаватора, таким образом, является функцией $f=f(\theta, s_1, s_2, s_3)$ от четырех аргументов.

Для большинства манипуляторов определение координат положения выходного звена ведется с использованием матриц перехода [9 – 11], при этом расчет начинается от схвата с переходом через системы координат звеньев разомкнутой кинематической цепи манипулятора к системе координат стойки. Данный метод допустимо использовать в случае, если истинные длины звеньев являются априорной информацией. В случае, если известны только номинальные значения длин звеньев и необходимо определить по имеющимся допускам истинное положение выходного звена (ковша 3), применение данного метода затруднительно. Ввиду вышеизложенного построение кинематической модели рабочего механизма экскаватора следует начинать от стойки и вести в направлении выходного звена.

При разработке кинематической модели рабочего механизма экскаватора приняты следующие допущения:

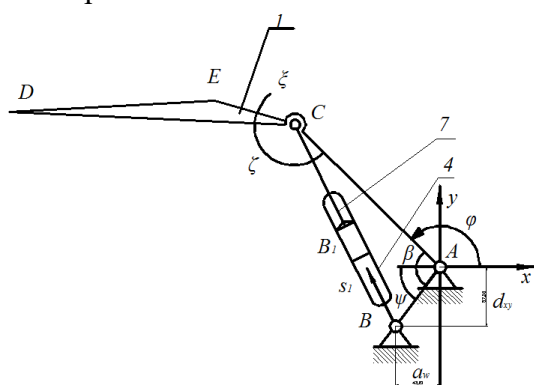
- 1) рабочий механизм экскаватора рассматривается как плоский механизм; пространственное перемещение механизма рабочего органа определяется только поворотом вокруг оси y на угол θ ;

- 2) на этапе разработки кинематической модели рабочего механизма экскаватора в качестве длин звеньев принимаются их номинальные значения без учета допусков на изготовление;

- 3) работа гидроцилиндров 4, 5, 6 рассматривается как прямолинейное возвратно-поступательное движение штоков 7, 8, 9 по направляющим соответствующих звеньев (см. рис. 2); гидравлическими явлениями, а также запаздыванием отклика движителей на управляющие сигналы при разработке кинематической модели решено пренебречь;

- 4) при разработке кинематической модели рабочего механизма экскаватора влияние работы сил сопротивления резанию на изменение обобщенных координат в процессе работы в первом приближении не рассматривается.

При составлении кинематической модели рабочего механизма экскаватора за начало



Положение стрелы 1 в неподвижной системе координат, связанной с поворотной платформой, при построении математической модели определяется углом φ . Взаимное расположение кинематических пар А и В характеризуется углом ψ и является постоянной величиной. Угол β – есть функция обобщенной координаты s_1 и находится из треугольника АСВ.

$$\varphi = \beta - \psi, \quad \psi = \arctg \frac{X}{Y}, \quad \beta = \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2) - (L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right). \quad (2)$$

Координаты центра вращательной кинематической пары С, соединяющей стрелу 1 и шток 7 гидроцилиндра 4, зависят от угла φ :

$$x_C = X - L_{AC} \cdot \cos \varphi = X - L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} \right) \right),$$

$$y_C = Y + L_{AC} \cdot \sin \varphi = Y + L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} \right) \right). \quad (3)$$

Центр кинематической пары D (см. рис.2), соединяющей стрелу 1 и рукоять 2, принадлежит звену 1 и его координаты можно определить, зная угол ζ из априорной информации и вычислив координаты точки С. Координаты центра вращательной кинематической пары D, соединяющей стрелу 1 и рукоять 2, определяются следующим образом:

$$x_D = x_C - (L_1 - L_{AC}) \cdot \cos \left(\zeta - \varphi - \frac{\pi}{2} \right) = X - L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \right.$$

$$\left. - (L_1 - L_{AC}) \cdot \cos \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) \right);$$

$$y_D = y_C + (L_1 - L_{AC}) \cdot \sin \left(\zeta - \varphi - \frac{\pi}{2} \right) = Y + L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} \right) + \right.$$

$$\left. (L_1 - L_{AC}) \cdot \sin \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) \right). \quad (4)$$

Координаты точки Е определяются через координаты точек С и D стрелы 1 и расстояния $L_{CD} = L_1 - L_{AC}$, L_{CE} и угол ξ :

$$x_E = x_C - L_{CE} \cdot \sin \left(\zeta - \frac{\pi}{2} - \varphi + \xi \right) = X - L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \right.$$

$$\left. - L_{CE} \cdot \sin \left(\zeta - \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) + \arctg \frac{X}{Y} + \xi \right);$$

$$y_E = y_C + L_{AC} \cdot \cos\left(\zeta - \frac{\pi}{2} - \varphi + \xi\right) = Y + L_{AC} \cdot \sin\left(\arccos\left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}}\right) - \arctg \frac{X}{Y}\right) + L_{CE} \cdot \cos\left(\zeta - \frac{\pi}{2} \arccos\left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}}\right) + \arctg \frac{X}{Y} + \xi\right). \quad (5)$$

Остальные участки кинематической цепи рабочего механизма экскаватора рассматриваются аналогично с учетом обобщенных координат s_2 и s_3 . Расчет функций положения для кинематической цепи механизма рабочего органа экскаватора произведен с применением пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB и реализован на одноименном языке программирования. Результат построения кинематической цепи рабочего органа экскаватора в среде MATLAB представлен на рис. 4 в случае, когда $s_1=0$ мм, $s_2=600$ мм, $s_3=600$ мм.

Оценка погрешностей перемещения рабочего механизма одноковшового экскаватора. Оценка погрешностей перемещения рабочего механизма ведется по схеме расчета

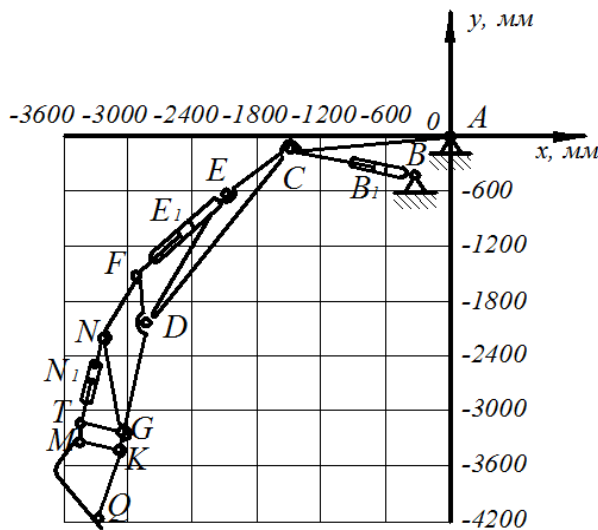


Рис. 4. Результат построения кинематической цепи рабочего органа экскаватора в среде MATLAB

к номинальным размерам звеньев прибавляются их предельные отклонения и на основании расчетов строятся новые контуры $A'-C'-B'$ – в случае максимума всех предельных отклонений всех звеньев и $A''-C''-B''$ – в случае минимума всех предельных отклонений всех звеньев кинематической цепи.

Функция положения $f = f(s_1, L_{AC} + \Delta L_{AC}, L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1})$ точки C' для контура $A'-C'-B'$ связана с функцией положения точки C исходного контура $A-B-C$ следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{C'} &= x_C + \Delta x_{C'}; \\ y_{C'} &= y_C + \Delta y_{C'}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из соотношений (6) с учетом уравнений (3) погрешность координаты точки C выражается так:

кинематической цепи, от входного звена (см. рис. 2 стрела 1) к выходному звену (ковш 3) путем параметрического анализа (методом максимума-минимума) [12]. Данный расчет проводится с учетом системы допусков и посадок, а закон распределения первичных ошибок в данном случае неважен, так как производится исследование наиболее неблагоприятных отклонений без учета вероятности появления такого случая. При этом рассматриваются только геометрические ошибки без учета кинематики обобщенных координат.

Рассмотрен замкнутый контур $A-C-B$ звеньев 1, 7, 4. Для определения отклонения методом параметрического анализа

$$\Delta x_{C'} = (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right); \quad (7)$$

$$\Delta y_{C'} = (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right). \quad (8)$$

Для контура $A'' - C'' - B''$ можно записать аналогичные соотношения:

$$x_{C''} = x_C + \Delta x_{C''}; \quad (9)$$

$$y_{C''} = y_C + \Delta y_{C''}. \quad (10)$$

После преобразования по аналогии с соотношениями (9) и (10) с учетом выражений (3) можно записать:

$$\Delta x_{C''} = L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} - \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right); \quad (11)$$

$$\Delta y_{C''} = L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} - \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right). \quad (12)$$

Ширину области, в которую попадает точка С, имеющая погрешность внутри поля допуска, вдоль осей абсцисс и ординат можно вычислить следующим образом:

$$h_{xC} = |\Delta x_{C'} + \Delta x_{C''}|; \quad h_{yC} = |\Delta y_{C'} + \Delta y_{C''}|. \quad (13)$$

С учетом выражений (9), (10) и (12) и (13) можно преобразовать:

$$h_{xC} = |\Delta x_{C'} + \Delta x_{C''}| = \left| (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 - Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} + \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 - Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Omega 1} - \Delta L_{\Gamma\Omega 1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) \right|;$$

$$h_{yC} = |\Delta y_{C'} + \Delta y_{C''}| = \left| (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} - \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) \right|. \quad (14)$$

Положение точки D описывается как сумма положения точки C и допускаемой погрешности длины $L_{CD}=L_1-L_{AC}$. Погрешность ΔLCD определяется из размерной цепи $A-C-D$:

$$\begin{aligned} x_{D'} = X - (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \\ - (L_1 + \Delta L_1 - L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\zeta - \arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) - \\ - X + L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) + (L_1 - L_{AC}) \cos \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right); \\ y_{D'} = Y + (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \\ - (L_1 + \Delta L_1 - L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\zeta - \arccos \left(\frac{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} + \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) - \\ - X + L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) + (L_1 - L_{AC}) \sin \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Ширина области возможных положений точки D определяется аналогично (14). Остальные участки кинематической цепи рабочего механизма экскаватора рассматриваются аналогично с учетом обобщенных координат s_2 и s_3 . Расчет функций положения для кинематической цепи рабочего механизма экскаватора с учетом погрешностей изготовления звеньев цепи произведен с применением пакета прикладных программ для решения задач технических вычислений MATLAB и реализован на одноименном языке программирования. Область возможных положений режущей кромки ковша 3 (точки Q) (см. рис.2) в момент врезания в грунт на дне траншеи глубиной 2.4 м (при $s_1=0$ мм; $s_2=300$ мм; $s_3=200$ мм) представлена графически на рис. 5:

$$\begin{aligned}
x_{D'} = & X + L_{AC} \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \\
& - (L_1 - L_{AC}) \cdot \cos \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) - \\
& - X + (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} - \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \right. \\
& - \arctg \frac{X}{Y} \left. \right) + (L_1 + \Delta L_1 - L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \cos \left(\zeta - \arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \right. \right. \\
& - \left. \left. \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} - \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right); \\
y_{D'} = & X - L_{AC} \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} \right) - \\
& - (L_1 - L_{AC}) \cdot \sin \left(\zeta - \arccos \left(\frac{L_{AC}^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot L_{AC} \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right) - \\
& - Y + (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} - \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \right. \\
& - \arctg \frac{X}{Y} \left. \right) + (L_1 + \Delta L_1 - L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sin \left(\zeta - \arccos \left(\frac{(L_{AC} - \Delta L_{AC})^2 + (X^2 + Y^2)}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} - \right. \right. \\
& - \left. \left. \frac{(L_{\Gamma\Gamma1} - \Delta L_{\Gamma\Gamma1} + s_1)^2}{2 \cdot (L_{AC} - \Delta L_{AC}) \cdot \sqrt{X^2 + Y^2}} \right) - \arctg \frac{X}{Y} - \frac{\pi}{2} \right).
\end{aligned} \tag{16}$$

В построенной области возможных положений указана точка Q – положение режущей кромки ковша 3 экскаватора в момент врезания в грунт на дне траншеи при идеальном выполнении всех звеньев кинематической цепи без погрешностей. В построенной области также отмечены точки Q_{max} и Q_{min} – положения режущей кромки ковша при анализе точности возможных отклонений методом максимума-минимума, где точка Q_{max} получена при предельном максимальном отклонении всех звеньев кинематической цепи, а Q_{min} – при предельном минимальном отклонении. В случае проведения анализа точности методом параметрического анализа область возможных положений составляет 4.7 мм вдоль оси абсцисс и 20.6 мм вдоль оси ординат при регламентируемой СНИП 0.05 м [13 – 16].

Дополнительно в область возможных положений точки Q режущей кромки ковша 3

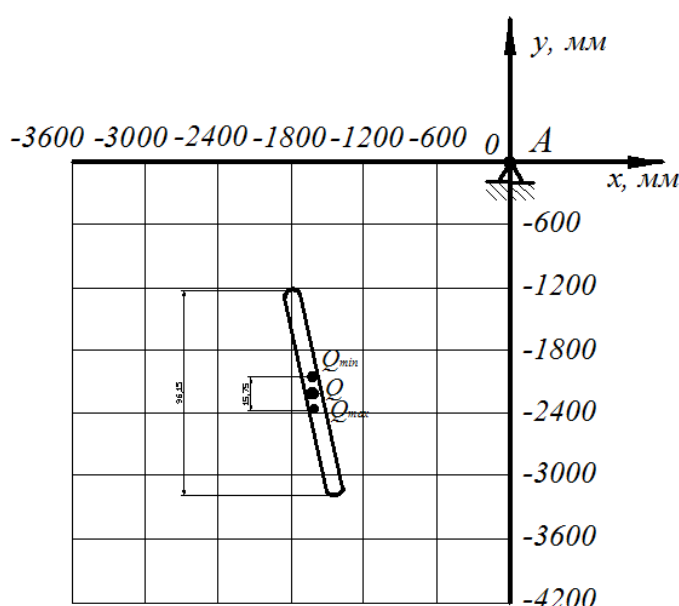


Рис. 5. Область возможных положений режущей кромки ковша в момент врезания в грунт на дне траншеи

(см. рис. 2) введен расчет возможных положений точки Q (при выполнении всех звеньев кинематической цепи без погрешностей изготовления звеньев — имея в виду, что изменение погрешностей изготовления звеньев в процессе работы готового экскаватора невозможно) с учетом геометрических погрешностей при перемещении штока гидроцилиндра. В случае учета геометрических погрешностей при перемещении штока гидроцилиндра область возможных положений существенно расширяется и составляет 57.1 мм вдоль оси абсцисс и 133.5 мм вдоль оси ординат, что в несколько раз превышает регламентируемое СНиП значение 0.05 м.

Выводы. По результатам математического моделирования получена область, в которой может находиться режущая поверхность рабочего органа экскаватора в диапазоне возможных погрешностей перемещения всех звеньев кинематической цепи от максимальных до минимальных без учета запаздывания. В случае проведения анализа точности методом параметрического анализа область возможных положений составляет 4.7 мм вдоль оси абсцисс и 20.6 мм вдоль оси ординат при регламентируемой СНиП 0.05 м. В случае учета геометрических погрешностей при перемещении штока гидроцилиндра область возможных положений существенно расширяется и составляет 57.1 мм вдоль оси абсцисс и 133.5 мм вдоль оси ординат, что в несколько раз превышает регламентируемое СНиП значение 0.05 м.

Для повышения точности рабочего органа экскаватора, а значит и повышения точности выемки грунта рабочим органом, можно предложить несколько путей решения.

Первый путь решения проблемы низкой точности выемки грунта экскаватором подразумевает повышение точности изготовления звеньев, а также повышение точности работы гидроцилиндров, что неизбежно приведёт к значительному повышению стоимости деталей экскаватора.

Второй путь решения поставленной задачи — повышения точности выемки грунта рабочим органом экскаватора — это подбор рациональной методики управления, обеспечивающей требуемую точность работы, без внесения изменений в конструкцию экскаватора. Данный метод представляется наиболее предпочтительным, потому что не требует существенных затрат, а также может применяться на уже существующем оборудовании при использовании специальной программы управления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Александров М.П. Подъемно-транспортные машины: Учебник для машиностроит. спец. вузов. Изд. 6-е, перераб. М.: Высшая школа, 1985. — 520 с.
- [2] Баловнев В.И., Зеленин А.Н., Керов И.П. Машины для земляных работ. М.: Машиностроение, 1975. — 422 с.
- [3] Дроздова Л.Г., Курбатова О.А. Одноковшовые экскаваторы: конструкция, монтаж и ремонт. Учебное пособие. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. — 235 с.
- [4] Щербаков В.С., Сухарев Р.Ю. Совершенствование системы управления рабочим органом цепного траншейного экскаватора. Монография. Омск: СибАДИ, 2011. — 152 с.
- [5] Мещеряков В.А. Адаптивное управление рабочими процессами землеройно-транспортных машин: Дис....докт. техн. наук. Омск: СибАДИ, 2007. — 304 с.

- [6] Щербаков В.С. Научные основы повышения точности работ, выполняемых землеройно-транспортными машинами: Дис.... докт. техн. наук. Омск: СибАДИ, 2000. – 416 с.
- [7] Крушель Е.Г., Степанченко И.В. Информационное запаздывание в цифровых системах управления. Монография. Волгоград, ВолгГТУ. 2004. – 124 с.
- [8] Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Наука, 1990. – 592 с.
- [9] Павлов В.П. Методология автоматизированного проектирования рабочего оборудования одноковшовых экскаваторов: Дис. ... докт. техн. наук. Красноярск, 2011. – 349 с.
- [10] Коловский М.З., Евграфов А.Н., Слоущ А.В., Семенов Ю.А. Теория механизмов и машин. Учебник для студ., учреждений высш. проф. образования. Изд. 4-е, испр. М.: Изд. центр «Академия», 2013. – 560 с.
- [11] Семенова Н.С., Семенов Ю.А. Курсовой проект «Исследование подъемно-транспортных и строительно-дорожных машин» // Теория механизмов и машин. 2009. No2 (14). Том 7, с. 61–71.
- [12] Плуталов В.Н. Метрология и техническое регулирование. М.: Изд-во МГТУ. 2011. – 416 с.
- [13] СНиП 2.04.02-84. Водоснабжение. Наружные сети и сооружения. М.: Стройиздат, 1985. – 136 с.
- [14] СНиП 2.04.03-85. Канализация. Наружные сети и сооружения. М.: ЦИТП, 1986. – 72 с.
- [15] СНиП 2.05.13-90. Нефтепродуктопроводы, прокладываемые на территории городов и других населенных пунктов. М.: Стройиздат, 1988. – 7 с.
- [16] СНиП 3.05.04-85 Наружные сети и сооружения водоснабжения и канализации. М.: ЦИТП, 1990. – 48с.

Дата поступления
15.04. 2022

К.Ж. Рустамов, Ш.П. Алимұхамедов, С.И. Комилов. Бир чўмичли экскаватор иш органи ҳаракати аниқлигини таҳлили

Аннотация: Экскаваторлар гидравлик юритмасига эга бўлган мобил машиналар ва агрегатлар кўтариш механизmlаридан иборат бўлиб, улар бошқа робот тизимлари каби турли усуллар билан бошқарилади. Замонавий машиналарда турли хил бошқарув тизимлари қўлланилади, мослашувчан бошқариш усуллари энг кенг тарқалган. Шаҳарнинг тор йўл шароитида йўл қурилиши юқори аниқликдаги қурилиш машиналаридан фойдаланишни талаб қилади. Ишлаб чиқилган математик модел бир чўмичли экскаваторнинг иш механизмининг тўғрилигини баҳолаш, мумкин бўлган геометрик хато манбаларини таҳлил қилиш ва иш майдонини тузиш имконини беради. Экскаваторнинг иш механизмининг аниқлигини яхшилаш учун мақолада ушбу муаммони ҳал қилишнинг бир неча усуллари таклиф этилади, бу эса иш механизмининг аниқлигини яхшилашга ёрдам беради. Таклиф этилаётган материал ишчи органни бошқариш дастури алгоритмининг тузишга ёрдам беради ва бир чўмичли экскаватордан фойдаланиш нархини сезиларли даражада камайтиради.

Калит сўзлар: бир чўмичли экскаватор; математик модель; бошқарув тизими; аниқлик.

K.J. Rustamov, Sh.P. Alimuhamedov, S.I. Komilov. Precision analysis movements working device of shovel excavator

Abstract: Excavators are lifting mechanisms of mobile machines and units with hydraulic drive. They are controlled by different methods like any other robotic systems. Modern machines have different automatic control systems. Adaptive management methods are the most widely used. Construction of buildings in close urban areas requires using of precision machinery. The developed mathematical model allows to evaluate the accuracy of the working mechanism of the shovel excavator to analyze the possible sources of geometric errors and to compile the workspace. The article proposes several ways to solve this problem, which will help to increase the accuracy of the operating mechanism. The proposed material will help to create a program to control the working device and significantly reduce the cost of using the shovel excavator.

Keywords: shovel excavator; mathematical model; automatic control system; precision.

РАСЧЕТЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В СУШИЛЬНО-ОЧИСТИТЕЛЬНОМ АГРЕГАТЕ

Агзамов М., Агзамов М.М.

Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Ташкент, Узбекистан

E-mail: agzamov85@mail.ru

Аннотация: В статье отражены обоснования целесообразности проведения научных исследований по разработке технологии первичной обработки хлопка-сырца с измененными параметрами процесса сушки и очистки от мелких сорных примесей. В результате проведенных теоретических и экспериментальных исследований разработан сушильно-очистительный агрегат, при использовании которого из ныне существующего процесса будут исключены теплогенератор, дымосос, барабанная сушилка, колоково-барабанный очиститель хлопка-сырца и транспортное средство, передающее хлопок-сырец от сушилки к очистителю. Проведенные исследования показали, что при использовании предлагаемого сушильно-очистительного агрегата (при восьми дисках) влагоотбор может достигать 2–3 %, а очистительный эффект по мелкому сору – 34 %, т.е. очистительный эффект выше, чем у эксплуатируемого в настоящее время колоково-барабанного очистителя 1ХК.

Ключевые слова: хлопковое волокно; процесс сушки и очистки; сорные примеси; сушильно-очистительный агрегат; теплогенератор; барабанная сушилка; очиститель хлопка-сырца.

Введение. Хлопковое волокно является высоколиквидным продуктом на мировом рынке. Как показали данные международного консультативного комитета по хлопку (ICAC), «ведущими странами по поставке на внешний рынок хлопкового волокна являются Китай, США, Индия, Пакистан, Бангладеш, Египет, Бразилия и Узбекистан». По данным той же организации прогнозировалось увеличение производства хлопкового волокна на 5.1% (22.48 млн т.), а спрос - на 1.7% (24.09 млн т.) в сезоне 2020–2021 г. Однако, несмотря на то, что во многих странах возделывается хлопок, основными изготовителями оборудования для хлопкоочистительной промышленности являются три страны – США, Китай и Узбекистан [1].

В связи с увеличением объема трудноочищаемых селекционных сортов хлопка и увеличением доли хлопка, собираемого машинами, перед хлопкоочистительной промышленностью стоят первоочередные задачи: создание и внедрение новых технологий, машин и материалов, которые превосходят лучшие отечественные и мировые аналоги.

Для повышения рентабельности предприятия имеется два пути: реализация продукции по выгодной цене и максимальное снижение реализуемой продукции.

Как показали многочисленные исследования, проведенные разными ведущими учеными в направлении сушки хлопка-сырца, в настоящее время на предприятиях хлопкоочистительной промышленности процесс сушки все еще является малоэффективным и высокоэнергетозатратным.

Анализ. Имеющаяся информация по ранее проведенным исследованиям процесса сушки показала, что все исследования были проведены, в основном, по узкому направлению, изучался только сам процесс сушки или конструкции сушилок. Применяемый на практике технологический регламент первичной обработки хлопка составлен без учета вышеперечисленных фактов, так как ранее не были проведены научные исследования по изучению влияния времени сушки хлопка-сырца на последующие переходы технологического процесса и главное – процесса дженирования и прессования. Отсутствует информация о научных исследованиях, проводимых в данном направлении за рубежом.

Ранее в «ЦНИИХпроме» были разработаны методики по экспериментальному определению прочности и силы разрушения кожуры семени в лабораторных условиях. Эти методики могут послужить основанием для разработки новых методик по определению влияния времени сушки хлопка-сырца на прочность кожуры семени, силы прикрепления волокна к семени и разработки стендовых установок для экспериментального определения влияния времени сушки на показатели процесса дженирования. Таким образом, можно отметить, что данная проблема ранее не изучалась и не имеет мировых аналогов.

Установлено, что прямоточным барабанным сушилкам типа 2СБ-10 присущи следующие недостатки:

по длине и поперечному сечению высушиваемый хлопок-сырец распределяется неравномерно. Образуются свободные от хлопка-сырца зоны, по которым поступающий теплоноситель транзитом уходит из сушилки и это приводит к значительной потере тепла;

теплоноситель по длине и поперечному сечению барабана распределяется неравномерно.

Его средняя скорость при входе в барабан составляет 7–8 м/с, но на последних метрах барабана падает до 0.1–0.4 м/с;

конструктивное оформление барабана сушилки ограничивает скорость поступающего теплоносителя в камеру. С целью предотвращения уноса поступающего влажного хлопка-сырца вдоль барабана скорость теплоносителя поддерживается в пределах 0.6–1.5 м/с;

пограничный слой, образованный на поверхности влажного материала, создает препятствие для передачи тепла. Скорость поступающего теплоносителя (0.6–1.5 м/с) для турбулизации пограничного слоя является недостаточной. В связи с этим тепло в материал передается лишь теплопроводностью слоя, что сказывается в замедлении процесса тепловлагообмена. Минимальное время пребывания хлопка-сырца в барабане равно 5–6 мин, при этом время падения хлопка-сырца с лопастей составляет лишь 1.0–1.5 мин. Все остальное время хлопок-сырец находится в зоне пассивной сушки, т.е. в зоне подъема на лопастях.

Как известно, в настоящий момент в технологическом процессе первичной обработки хлопка время сушки не регламентируется, хотя этот показатель оказывает существенное влияние на качественные показатели конечной продукции – хлопкового волокна и хлопковых семян. В качестве хлопковых сушилок используются барабанные сушилки. Внутри сушилки хлопок-сырец подвергается длительной сушке до 6–10 мин.

Длительная сушка хлопка-сырца ведет к пересушиванию не только волокна, но и хлопковых семян, а, кроме того, – к излишней затрате электроэнергии и топлива. Пересушка волокна может положительно сказаться в процессе очистки хлопка-сырца от сорных примесей, так как высушенное волокно лучше очищается от сорных примесей, но пересушка семян отрицательно сказывается на процесс джинирования.

При пересушивании волокна, семян и особенно кожуры семян возрастает их хрупкость. В результате в процессе джинирования растет укорачивание волокна, что снижает прядильно-технологические свойства и естественно ведет к снижению ценности волокна. Растет опущенность семян после джина из-за того, что волокно отрывается не от кожуры семени, а ломается на месте перегиба у зуба пилы. При отрыве волокна от семени, в результате хрупкости кожуры семени, разрушается кожура семени и в итоге растет образование пороков волокна – кожа с волокном и битые семена, что ведет к снижению качества волокна на несколько классов. Разрушение кожуры семян способствует ухудшению качества семян. Длительный нагрев также ведет к высушиванию ядра семени, что отрицательно сказывается на всхожести посевных семян и может отразиться на выходе масла у технических семян. Пересушка волокна также отрицательно сказывается на процессе прессования. Из-за высокой упругости волокна кипы волокна получаются легковесными, что ведет к перерасходу тароупаковочных материалов, недогрузу вагонов и к частому разрушению обвязочных поясов.

На основании всего вышеприведенного можно утверждать, что действующий на сегодняшний день технологический регламент требует серьезной модернизации с использованием результатов научных исследований по изучению влияния времени сушки хлопка-сырца на процесс джинирования, который позволит снизить расходы электроэнергии, топлива и потери волокна, улучшить качество вырабатываемой продукции.

Целью данных научных исследований является разработка модернизированной технологии первичной обработки хлопка-сырца, позволяющей снизить расходы электроэнергии, топлива, а также улучшить качество вырабатываемой продукции.

Для выполнения данной работы предусматривалось проведение теоретических и экспериментальных исследований как в лабораторных, так и в производственных условиях, разработка новых методик по постановке уникальных лабораторных исследований по определению изменения силы отрыва волокна от кожуры семени в зависимости от времени сушки, проектирование и изготовление специальных лабораторных стендовых установок.

В процессе сушки хлопка-сырца имеет определенное значение псевдооживленное состояние хлопковой массы при ее сушке в сушилках барабанного типа.

Физическая картина псевдооживленного состояния хлопковой массы в барабанных сушилках прямого действия представляет собой циркуляционное движение материала отдельными частями и сцепившимися группами при наличии хаотического движения диффузионного типа наиболее легких из них (мелкие сорные примеси, свободное волокно и др.) [2]. Механизм движения материала определяется случайным характером сил потока сушильного агента и внутренним устройством сушильной камеры, которые приводят к разрушению и новообразованию групп. Причиной

образования сцепления летучек хлопка-сырца между собой и с сорными примесями могут служить электростатические силы и за счет гигроскопичности, особенно для мелкой фракции.

Статистический характер процессов в сушильной камере затрудняет описание структуры псевдооживленного слоя, поскольку для этого необходимо определение средних значений циркуляционной скорости, как отдельных частиц, так и сцепившихся групп, а также эффективного коэффициента диффузии. Для определения этих показателей необходимо обработать большое количество измерений последовательных положений наблюдаемой частицы при моделировании процесса в барабанных сушилках.

Однако эту задачу можно упростить, рассматривая поток сушильного агента в барабане как однородный, в который послойно вводятся частицы хлопковой массы. Суть метода заключается в использовании балансных соотношений при условии существования универсального логарифмического распределения скорости газового потока. Физическая сущность этого заключается в том, что, несмотря на изменение профиля несущей среды, при входе в нее частиц материала, в ядре потока сохраняется турбулентный механизм переноса импульса, а вблизи – обечайки барабана за счет молекулярной вязкости. Это позволяет рассмотреть движение оживленного слоя материала, как движение однородной среды. Естественно, профиль скорости потока в ядре имеет логарифмический, а вблизи обечайки линейный характер. Заметим, что указанные допущения облегчают также аналитическое рассмотрение тепло- и массообмена в псевдооживленном слое при применении струйных течений.

Рассмотрим поставленную задачу для случаев различной концентрации по фракциям хлопковой массы.

Полагаем, что летучка хлопка-сырца (или другая составляющая хлопковой массы) после входа ее в поток с подъемно-лопастной системы барабана проходит некоторое расстояние h под действием силы гравитации, совершая при этом броуновское движение под действием потока, характеризующегося эффективным коэффициентом диффузии D . Тогда полный диффузионный поток, проходящий в границах обечайки барабана, в безразмерных величинах определится выражением вида

$$\varphi_{\alpha} x h d_{\zeta} dt = \varphi D \left. \frac{\partial C}{\partial n} \right|_{r=h} h \zeta dt = \psi(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где x – функция Бесселя; d_{ζ} – элемент рассматриваемого контура; C – концентрация частиц материала; n – нормаль к контуру; $\psi(\tau) d\tau$ – функция плотности вероятности.

Это дает вероятность того, что частица пройдет заданный путь h за некоторый промежуток времени $d\tau$. Применяя предложенный М.Смолуховским метод определения распределения вероятности времени достижения падающими частицами конечной точки пути, при указанных условиях, в виде

$$\psi(\tau) d\tau = \frac{1}{2} (\pi \tau^3)^{-\frac{1}{2}} \exp[-(1 - P_e \tau)^2 (4\tau)^{-1}] d\tau \quad (2)$$

находим значение искомых характеристик времен:

$$\bar{t} = v^{-1}; \quad (\bar{t})^{-1} = v h^{-1} + 2D \cdot h^{-2}; \quad \bar{t}^2 = h^2 v^{-2} + 2D \cdot h v^{-3};$$

$$t_b = D \cdot v^{-2} (\sqrt{9 + P_e^2} - 3), \quad (3)$$

где t_b – вероятное значение промежутка времени; $P_e = \frac{v h}{D}$ – критерий Пекле.

Решая полученные уравнения, находим значения скорости движения частицы и величину ее циркуляции в виде зависимостей

$$v = \frac{h}{t} \quad \text{и} \quad D = \frac{h^2}{2} \left[\frac{1}{t} - \left(\frac{1}{\bar{t}} \right) \right].$$

Поскольку нас интересует величина D при $P_e > 1$, то выражение для D упрощается и имеет вид $D \approx h^2 / 6 t_b$.

Учитывая далее, что перемещение частиц хлопковой массы происходит в ограниченной области и, следовательно, проявляется влияние концентрации на их циркуляцию, применяя метод квантовой механики допуская, что плотность вероятности концентрации описывается уравнением Дирака $C(r, 0) = \delta(r)$, поэтому составим уравнение диффузии в виде

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} - P_e \frac{\partial C}{\partial \eta}, \quad (4)$$

где η – безразмерная координата.

Решая это уравнение при граничных условиях $\eta = \pm 1$, $C(\pm 1, \eta) = 0$ находим суммарный поток через границу в виде

$$\psi(t) = -D \frac{dC}{dx} \Big|_{x=h} + D \frac{dC}{dx} \Big|_{x=-h}$$

и его изображение

$$\varphi(t) = \frac{ChP_e}{ch\sqrt{s + \frac{P_e^2}{4}}},$$

оригинал которого представляется быстро сходящимся бесконечным рядом

$$\psi(t) = Ch \frac{P_e}{2} \exp\left(-\frac{P_e^2}{4}\tau\right) \pi \sum_0^\infty (-1)^K (2K+1) \times \exp\left[-\frac{P_e^2\tau}{4}(2K+1)^2\right]. \quad (5)$$

Для определения времени движения частицы до обечайки достаточно продифференцировать первые два члена ряда, а затем приравнять производные от этой суммы к нулю. Тогда получим

$$\tau_o = 0.16 + 0.06 \ln \frac{1+9^{-1}P_e^2}{1+P_e^2\pi^{-2}}. \quad (6)$$

Затем, учитывая влияние концентрации частиц на интенсивность пульсации несущей среды, рассмотрим структуру осаждения слоя хлопковой массы по фракциям. Для этого используем аналитическое описание силы сопротивления, действующей со стороны несущей среды, с низким числом Рейнольдса на частицы с условными радиусами r_i :

$$P_i = 6\pi\mu r_i f_i(\alpha)(v - v_1),$$

где μ – коэффициент вязкости потока; v, v_1 – соответственно скорость потока и частицы;

$\alpha = \left\{ 6\pi m_2 + \left[36\pi^2 m_2^2 + 24\pi m_1 \left(1 - \frac{3}{2}\rho \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} : (2 - 3\rho)$ – функция распределения частиц материала; $m_i = \int n(r)r^i dr$ – моменты функции распределения частиц по массам $n(r)$; $\rho = 4(3m_3\pi)^{-1}$ – объемная концентрация частиц.

Для упрощения рассмотрения будем полагать, что хлопковая масса состоит из частиц трех размеров с условными радиусами r летучек хлопка-сырца среднего радиуса r_1 крупных сорных примесей радиусом r_2 и мелких сорных примесей радиусом r_3 и их концентрацией соответственно ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Тогда функции их распределения по массам будут иметь вид

$$m_1 = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\rho_1}{r_1^2} + \frac{\rho_2}{r_2^2} + \frac{\rho_3}{r_3^2} \right); \quad m_2 = \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\rho_1}{r_1} + \frac{\rho_2}{r_2} + \frac{\rho_3}{r_3} \right),$$

подставив которые в выражение для α и введя упрощения, получим

$$\alpha r = \frac{4,5(\rho + A\rho_1 + B\rho_3) + 20,5(\rho + A\rho_1 + B\rho_3)^2 + 17,8(\rho + C\rho_1 + D\rho_3)(1 - 1,5\rho)^{\frac{1}{2}}}{2 - 3\rho}, \quad (7)$$

где $A = \frac{r_2}{r_1} - 1$; $B = \frac{r_2}{r_3} - 1$; $C = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1$; $D = \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 - 1$.

Как показали многочисленные экспериментальные исследования и практика эксплуатации барабанных хлопкосушилок, гидродинамика несущей среды оказывает существенное влияние на концентрацию мелких фракций и весьма незначительное – на летучки хлопка-сырца и крупный сор. В силу изложенного ρ_1 и $\rho_2 = \text{const}$. Соотношение (7) характеризует рост величины α в зависимости от увеличения концентрации мелких частиц, т.е. ρ_3 (возрастает коэффициент сопротивления их движению).

Рассмотрим теперь структуру перемещения частиц материала в псевдооживленном слое под воздействием силы тяжести и сопротивления потока несущей среды с учетом изложенного. Составив уравнения вида

$$6\pi\mu r_i f_i(r)(v - v_1) = -\frac{4d_i}{3\pi r_i^3 g},$$

$$f_i(\alpha) = 1 + \alpha r_i + \frac{1}{3\alpha^2 r_i^2}, \quad i = 1, 2, 3$$

и разрешая их относительно скорости движения мелких частиц, получим

$$v_1 = \left[1 - \frac{(r_1 + r_2)^2 f_1(\alpha) f_2(\alpha)}{r_3^2 f_3(\alpha)} \right] \cdot v. \quad (8)$$

Упростив соотношение (8) и продифференцировав его по величине α , находим $\frac{\partial v_1}{\partial \alpha} < 0$. Следовательно, скорость мелких частиц убывает по мере увеличения их концентрации.

Затем, принимая во внимание влияние вращения барабана на закручивание потока и соответственно на динамические характеристики частицы, составим уравнение ее движения под действием силы тяжести в несущей турбулентной среде:

$$\frac{\pi}{3} r \vec{\rho} a = \frac{\pi}{3} r \vec{\rho} g + \frac{C_i}{2} \rho_1 \pi |\vec{v} - \vec{v}_1| (\vec{v} - \vec{v}_1), \quad (9)$$

где C_i – коэффициент сопротивления частицы; a – ускорение, решая которое относительно вектора ускорения (при $C=0.3$), находим

$$a = \vec{g} + 0,19 \rho_1 (\rho r)^{-1} |\vec{v} - \vec{v}_1| (\vec{v} - \vec{v}_1). \quad (10)$$

Введя понятие скорость закручивания потока несущей среды v_φ (которая обычно в барабанах хлопкосушилок бывает в пределах 0.6-0.8 м/с) и используя приемы векторной алгебры, соотношение (10) продифференцируем по составляющим проекций, получим уравнение движения

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \bar{v}_x; \quad \frac{d\bar{R}}{dt} = \bar{v}_R; \quad \frac{d\bar{v}_x}{dt} = 0,19 \frac{\rho_1}{\rho \bar{r}} [(1 - \bar{v}_x)^2 + v_1^2]^{0,5} (1 - \bar{v}_x); \\ \frac{d\bar{v}_R}{dt} &= 0,19 \frac{\rho_1}{\rho \bar{r}} [(1 - \bar{v}_x)^2 + v_1^2]^{0,5} \bar{v}_R, \end{aligned}$$

где α, R – проекции на оси координат; φ – угол поворота.

Проинтегрировав эти уравнения при начальных условиях $\bar{t} = 0; \bar{x} = \bar{\varphi} = \bar{v}_x = \bar{v}_R \neq 0, R=1$ находим, что с увеличением концентрации скорость частиц мелкой фракции меньше, чем у крупной. Затем, используя определение потока массы частиц $I = \rho_i v_1 v^{-1}$ и потока их энергии $Q = \rho_i v_1^3 v^{-1}$, находим, что при осаждении материала на обечайку барабана мелкие фракции оказываются сверху.

Процесс тепло- и влагообмена в барабанных сушилках рассмотрим только для второго периода процесса сушки. Дело в том, что первая критическая влажность для хлопка-сырца $w_{кр1}=26\%$ [3], а основная масса хлопка проходит сушку при исходной влажности ниже этого значения.

Для асимметричного обтекания частицы хлопковой массы уравнение конвективного переноса может быть записано в виде

$$\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial C}{\partial \theta} \right) - \frac{P_e}{2} \left(v_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} \right), \quad (11)$$

где θ – угловая координата; r – радиальная координата.

Составляющие скорости v_r и v_θ описываются через функции ψ уравнениями вида

$$v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}; \quad v_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Полагая, что в начальный момент концентрация частиц в рассматриваемой зоне везде одинакова, уравнение (11) будем рассматривать при граничных условиях $C/r=0; C/r \rightarrow \infty = 1$. При этом интенсивность теплообмена, в соответствии с основным уравнением кинетики сушки, описывается зависимостью вида

$$q(\tau) = \rho_o \beta R_v \frac{d\bar{U}}{d\tau} (1 + R_b), \quad (12)$$

где τ – длительность процесса; β – удельная теплота испарения; R_v – отношение объема частицы к ее поверхности; R_b – критерий Ребиндера; $d\bar{U}$ – фиксированное значение влагосодержания, а интенсивность влагообмена величиной полного диффузионного потока

$$I = 2\pi D a C_1 \int_0^\pi \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_{r=1} \sin \theta d\theta. \quad (13)$$

В целом, соотношение (12) можно упростить с целью облегчения его решения, для чего достаточно ввести зависимость между критерием Ребиндера и текущим влагосодержанием материала вида

$$R_b = A(\bar{U} - U_p)^n,$$

где A и n – некоторые величины, определяемые экспериментально (для хлопка-сырца влажностью 8 – 30% $A = 0.1; n = 6$); U_p – равновесное влагосодержание.

Скорость сушки описывается уравнением вида

$$-\frac{dw}{d\tau} = x' N (\omega_n - \omega_p)^n, \quad (14)$$

где $x' = 0.06$ – относительный коэффициент сушки, не зависящий от параметров режима сушки и физических размеров частиц; $n=1,2$; ω_n, ω_p – влажность материала исходная и равновесная; N – скорость сушки в первом периоде.

Температуру нагрева материала можно определить из уравнения вида

$$t = t_c - \frac{aT_c}{mU_{кр1}} \{1 - \exp[-m(\bar{U} - U_p)]\}, \quad (15)$$

где $a = 2.8 \cdot 10^{-3}$; $T_c = 0.7$; $m = 12$; t_c и T_c – температура несущей среды.

При организации процесса сушки хлопка-сырца важно знать температуру нагрева его поверхности и особенно волокна, поэтому для инженерных расчетов при выборе режима сушки соотношение (15) можно представить в виде

$$T_n = T_c - N^{0.43}(T_c - T_m),$$

где T_m – температура мокрого термометра.

Продолжительность пребывания хлопка-сырца в сушилке в зависимости от величины влагоудержания можно определить, проинтегрировав уравнение (14)

$$\tau = \frac{\omega_o - \omega_{кр1}}{N} + \frac{(\omega_{кр1} - \omega_p)^{1-n}}{(1-n)x'N} \cdot \left[1 - \left(\frac{\omega_o - \omega_p}{\omega_{кр1} - \omega_p} \right)^{1-n} \right]. \quad (16)$$

Практика эксплуатации сушилок 2СБ-10 показывает, что при оптимальных режимах сушки хлопка-сырца влагоотбор составляет 700 кг/ч при производительности 10 т/ч по материалу. Время пребывания хлопка-сырца при этом составляет 5–7 мин. Максимально допустимая температура нагрева хлопка-сырца 70°C ограничивает применение сушильного агента температурой выше 250°C. Поэтому при решении вышеприведенных уравнений, связанных с температурой материала или агента сушки, величины 70°C и 250°C являются граничными условиями.

Таким образом, для создания условий выделения мелких фракций (они должны при осаждении материала попадать под хлопок-сырец, а не сверху) и интенсификации процесса необходимы мероприятия, связанные не с повышением температуры, а с изменением гидродинамической обстановки в слое.

Результаты. В рамках данной статьи разработан сушильно-очистительный агрегат [4], при использовании которого из ныне существующего процесса будут исключены теплогенератор, дымосос, барабанная сушилка, колково-барабанный очиститель хлопка-сырца и транспортное средство, передающее хлопок-сырец от сушилки к очистителю.

Разработаны рабочие чертежи действующего, лабораторного макета сушильно-очистительного агрегата, изготовлен макет, смонтирован в технологическую линию первичной обработки хлопка в учебной лаборатории кафедры ПОНВ Ташкентского института текстильной и легкой промышленности.

Проведены исследования по определению эффективности сушки и очистки от мелких сорных примесей.

Проведенные исследования показали, что при установке в сушильно-очистительном агрегате (при восьми дисках) влагоотбор может достигать 2–3 %, а очистительный эффект по мелкому сору – 34 %, т.е. очистительный эффект выше, чем у эксплуатируемого в настоящее время барабанного очистителя 1ХК.

Разработана блок-схема системы автоматического регулирования температуры в сушильно-очистительном агрегате.

Предварительные расчеты экономической эффективности показывают, что она будет составлять более 100 млн сумов на один хлопкозавод в год, способствовать улучшению экологической обстановки и условий труда.

По результатам исследований получен патент РУз UZ FAP 00972 «Сушильно-очистительный агрегат».

Закключение. 1. В результате проведенных теоретических и экспериментальных исследований разработан сушильно-очистительный агрегат, при использовании которого из ныне существующего процесса будут исключены теплогенератор, дымосос, барабанная сушилка, колково-барабанный очиститель хлопка-сырца и транспортное средство, передающее хлопок-сырец от сушилки к очистителю.

2. Проведенные исследования показали, что при установке в сушильно-очистительном агрегате (при восьми дисках) влагоотбор может достигать 2–3 %, а очистительный эффект по мелкому сору – 34 %, т.е. очистительный эффект выше, чем у эксплуатируемого в настоящее время барабанного очистителя 1ХК.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Cotton: World Statistics. Bulletin of the international cotton advisory committee, NY, 2019.
- [2] Парпиев А.П., Маматов А.З., Худойбердиев С. Численное решение задачи определения температурных полей компонентов летучки хлопка-сырца. Проблемы текстиля. 2007. №1. С. 24-28.
- [3] Парпиев А.П., Мардонов Б.М. Распределение тепла в воздушно-волокнистой массе // ДАН РУз. 1987. №10. С. 16.
- [4] Пат. FAP 00972 Уз, МПК 8 В 01 В 1/00. Сушильно-очистительный агрегат. Агзамов М.М. Оpubл. 25.11.2014. Бюл. 2014. № 12. С. 9.

Дата поступления
06.06. 2022

М. Агзамов, М.М. Агзамов. Қуритиши-тозалаш ускунасида иссиқлик ва масса алмашиши жараёни хисоблаш

Аннотация: Мақолада пахта хом ашёсини дастлабки ишлаш технологиясини ишлаб чиқишда ўзгартирилган кўрсаткичли қуритиши ва майда ифлосликлардан тозалаш жараёни бўйича илмий изланишларни ўтказишнинг мақсадли асослари келтирилган. Ўтказилган назарий ва тажрибавий изланишлар натижасида ҳозирда мавжуд жараёнда қўлланилувчи иссиқлик ишлаб чиқаргич, ҳаво сўргич, барабанли қуритгич, пахта хом ашёсини тозаловчи қозикли барабан, пахта хом ашёсини қуритгичдан тозалагичга узатувчи транспорт воситасини четлаштирган ҳолда ишловчи қуритиш-тозалаш ускунаси ишлаб чиқилди. Ўтказилган изланишлар шуни кўрсатдики, таклиф қилинаётган (8 та дисклардан иборат) қуритиш-тозалаш ускунасини қўллашда намлик ажратилиши 2-3 % гача, майда ифлосликлардан тозалаш самарадорлиги эса 34 % гача етиши мумкин, яъни тозалаш самарадорлиги ҳозирда қўлланилувчи 1ХК қозикли-барабанли тозалагичникидан юқори бўлади.

Калим сўзлар: пахта толаси, қуритиши ва тозалаш жараёни, ифлос аралашмалар, қуритиши ва тозалаш мосламаси, иссиқлик генератори, барабанли қуритгич, пахта хом ашёсини тозалагич.

M. Agzamov, M.M. Agzamov. Calculations of heat and mass transfer processes in the drying and cleaning unit

Abstract. The article reflects the justification for the expediency of conducting scientific research on the development of a technology for the primary processing of raw cotton with modified parameters of the drying process and cleaning from small litter impurities. As a result of the theoretical and experimental studies carried out, a drying-cleaning unit was developed using which a heat generator, a smoke exhauster, a drum dryer, a peg-drum raw cotton cleaner and a vehicle transferring raw cotton from the dryer to the cleaner will be excluded from the current process. The conducted studies have shown that when using the proposed drying-cleaning unit (with eight disks), moisture extraction can reach 2–3 %, and the cleaning effect on small litter is 34%, i.e. the cleaning effect is higher than peg-drum cleaner 1ХК which is currently using.

Keywords: cotton fiber; drying and cleaning process; litter impurities; drying and cleaning unit; heat generator; drum dryer; raw cotton cleaner.

Доктору технических наук, профессору Анвару Абдуллаевичу Ризаеву – 70 лет

Анвар Абдуллаевич Ризаев родился в городе Ташкенте 24 июля 1952 г. в семье служащих. После окончания средней школы в 1969 г. поступил на механический факультет Ташкентского политехнического института (ТашПИ, ныне – Ташкентский государственный технический университет), после завершения учебы получил специальность «Инженер-механик».

После окончания ТашПИ в 1974 г. Анвар Абдуллаевич поступил на работу в Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз, где и по сей день успешно продолжает свою научную деятельность.

Под руководством академика Х.Х. Усманходжаева А.А. Ризаев провел научное исследование на тему «Влияние параметров составного шпинделя и расположения поджимного цилиндра на агротехнические показатели хлопкоуборочной машины». В 1983 г. по этой теме он успешно защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в ТИИИМСХ.

Докторскую диссертацию на тему «Научные основы повышения эффективности технологического процесса в хлопкоуборочном аппарате, обеспечивающие биологические качества хлопка, волокна» он защитил в УзМЭИ (г. Янгиюль) в 1996 г., а с 2002 г. ему присвоено ученое звание «профессор».

А.А. Ризаев автор более 300 научных работ, в том числе 4 монографий, 40 авторских свидетельств на изобретения и патентов, двух учебно-методических пособий.

Под его руководством защитились 2 доктора, 7 кандидатов наук и выполнены более 10 магистерских работ. В настоящее время руководит и консультирует научно-исследовательскими работами 3-х соискателей и 2-х магистрантов.

Исследования А.А. Ризаева направлены на развитие теории механизмов и машин хлопкового комплекса и, в частности, на обеспечение биологического качества собранного хлопка и волокна, а также на разработку и совершенствование рабочих органов хлопкоуборочных аппаратов.

За время работы в институте Анвар Абдуллаевич Ризаев прошел путь от аспиранта (1974) до директора института (1997–2015). В настоящее время он работает в должности заведующего лабораторией, ведет преподавательскую деятельность в ТГТУ и ТХТИ, а также является членом научно-технического совета при Министерстве инновационного развития Республики Узбекистан.

Под руководством А.А.Ризаева выполнялись ряд фундаментальных и межотраслевых прикладных проектов, а также инновационные, хозяйственные работы. При его активном участии было внедрено в производство новое поколение пылеуловителей (АГМК, НГМК), по решению НТС при АО «Узагротехсаноат-холдинг» на 2018 г. рекомендован опытно-промышленный выпуск универсального составного шпинделя и 14-шпиндельного барабана для отечественных хлопкоуборочных машин. Настойчивость ученого и его организаторские способности особо проявились при разработке новых и создании модернизированных уборочных аппаратов и хлопкоуборочных машин.

Деловые и организаторские качества Анвара Абдуллаевича ярко раскрылись при переходе научных исследований на грантовую систему финансирования. А.А. Ризаев сумел сохранить коллектив института и проводить исследования в соответствии с приоритетными направлениями, связанными с практическими нуждами республики.

В личной жизни Анвар Абдуллаевич Ризаев скромен, аккуратен, поддерживает ровные уважительные отношения с коллегами.

Редакционная коллегия Узбекского журнала «Проблемы механики» поздравляет А.А. Ризаева со славным юбилеем и желает юбиляру крепкого здоровья, семейного благополучия и новых творческих успехов.



Редакционная коллегия журнала

СОДЕРЖАНИЕ

М.Ш. Исраилов. Действие сейсмической волны на подземный трубопровод.....	3
Б.М. Мардонов, И. Мирзаев, Г.Х. Хожметов. Теоретические значения параметров взаимодействия подземного трубопровода с грунтом.....	24
М.Н. Сидиков, Ш.С. Косимов. Динамический анализ движений регулятора скорости.....	32
К.С. Султанов, С.И. Исмаилова, Т.Я. Хазратова. Нелинейные законы деформации хлопковой пряжи.....	38
А.А. Халджигитов, У.З. Джумаёзов. Численное решение задачи теории упругости в деформациях.....	56
Х.С. Сагдиев, З.Р. Тешабаев, В.А. Галиаскаров, Х.О. Шерниёзов, Б.Н. Мирзакабилов. Экспериментальные исследования подземных полиэтиленовых труб при действии динамических (типа сейсмических) нагрузок с применением метода центробежного моделирования.....	65
А.А. Ризаев, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев, М.М. Мирзаева, Ш.А. Ганжаев. Разработка модели и расчет производительности хлопкоуборочных машин.....	71
М. Тошболтаев, Б. Артикбаев, Х. Мирзабдуллаев. Выбор рациональных параметров посевного овощеводческого агрегата на базе специализированного трактора ТТЗ-100SP.....	78
Д.М. Мухаммадиев, Х.А. Ахмедов, Б.Х. Примов, О.С. Маллаев, Л.Ю. Жамолова. Расчет технологических показателей семяотводящего устройства пильного джина с шелушильной камерой.....	82
Ю.Ш. Гайбулов. Гидродинамическое давление на плунжер при эксплуатации нефтяных скважин глубинными насосами.....	87
Г.А. Бахадиров, Г.Н. Цой, А.М. Набиев. Экспериментальное исследование отжима капиллярно-пористого материала на металлокерамической опорной плите.....	95
З.М. Маликов, М.Э.Мадалиев, М.А. Шоев. Сравнение численных схем для задачи ламинарного течения во внезапно расширяющемся канале.....	102
Ш. Кенжабоев, Ш. Махмудова. Влияние упругого элемента подшипниковой опоры на упругую деформацию вала.....	110
К.Ж. Рустамов, Ш.П. Алимухамедов, С.И. Комилов. Анализ точности перемещения рабочего органа одноковшового экскаватора.....	113
М. Агзамов, М.М. Агзамов. Расчеты тепло-массообменных процессов в сушильно-очистительном агрегате.....	124
Доктору технических наук, профессору Анвару Абдуллаевичу Ризаеву – 70 лет.....	130

МУНДАРИЖА

М.Ш. Исраилов. Ер ости кувурига сейсмик тўлқин таъсири.....	3
Б.М. Мардонов, И.Мирзаев., Г.Х. Хожметов. Ер ости кувурларининг грунт билан ўзаро таъсири параметрларининг назарий қийматлари.....	24
М.Н. Сидиков, Ш.С. Косимов. Тезлик регулятори ҳаракатининг динамик таҳлили.....	32
К.С. Султанов, С.И. Исмаилова, Т.Я.Хазратова. Пахта ипининг деформацияланиш нозизиқ қонуниятлари..	38
А.А. Халджигитов, У.З. Джумаёзов. Деформацияларга нисбатан қўйилган эластиклик назарияси масалаларини сонли ечиш.....	56
Х.С. Сагдиев, З.Р. Тешабаев, В.А. Галиаскаров, Х.О. Шерниёзов, Б.Н. Мирзакабилов. Марказдан қочма моделлаштириш усулини қўллаш ёрдамида динамик (сейсмик турдаги) кучлар таъсирида ер ости полиэтилен кувурларини экспериментал тадқиқи.....	65
А.А. Ризаев, А.Т. Йулдашев, Д.А. Кулдошев, М.М. Мирзаева, Ш.А. Ганжаев. Пахта териш машиналарини иш унумдорлигини ҳисоблаш моделини ишлаб чиқиш.....	71
М.Тошболтаев, Б.Артикбаев, Х.Мирзабдуллаев. Ихтисослашган ТТЗ-100SP трактори базасидаги сабзавотчилик экиш агрегатининг рационал параметрларини танлаш.....	78
Д.М. Мухаммадиев, Х.А. Ахмедов, Б.Х. Примов, О.С. Маллаев, Л.Ю. Жамолова. Тозалаш камерали аррали жин чигит чиқариш қурилмасининг технологик параметрларини ҳисоблаш.....	82
Ю.Ш. Гайбулов. Нефт қонларини чуқурликда жойлашган насослар билан ишлатишда плунжерга гидродинамик босим.....	87
Г.А. Бахадиров, Г.Н. Цой, А.М. Набиев. Капилляр-ғовакли материални метал-керамик таянч плитада экспериментал сиқиш.....	95
З.М. Маликов, М.Э. Мадалиев, М.А. Шоев. Тўсатдан кенгайиб бораётган каналда ламинар оқим масаласи учун сонли схемаларни таққослаш.....	102
Ш. Кенжабоев, Ш. Махмудова. Қайишқоқ асосга подшипник таянчининг вал деформациясига таъсири.....	110
К.Ж. Рустамов, Ш.П. Алимухамедов, С.И. Комилов. Бир чўмичли экскаватор иш органи ҳаракати аниқлигини таҳлили.....	113
М. Агзамов, М.М. Агзамов. Қуриштиш-тозалаш ускунасида иссиқлик ва масса алмашиниш жараёнларини ҳисоблаш.....	124
Техника фанлари доктори, профессор Анвар Абдуллаевич Ризаев – 70 ёшда.....	130